TECHE UDINE

MANOSCRITTI

FONDO PRINCIPALE

Manoscritto n. **P_MSS_1025_X**

Nel Fondo Principale sono confluiti la maggior parte dei lasciti manoscritti pervenuti alla Biblioteca Civica «Vincenzo Joppi» nel corso del tempo: si tratta perciò di un fondo composito nel quale è possibile trovare manoscritti di argomento liturgico, scientifico, giuridico, botanico e altro.

Collocazione:

Biblioteca Civica "Vincenzo Joppi", Udine
https://www.techeudine.it/fondo-principale
https://www.sbhu.it/

X

COMMER
DI LET. D
CON. GIO
RICCATI
T. X.

1025
X

BIBLIOTECA COMUNALE
VINCENZO JOPPI
UDINE
N. Ap 1025 | X

[illegible] di [illegible]

dal

C. [illegible]

Tomo [illegible]

[illegible]

Commerzio di Lettere

dal

Co. Giordano Riccati

Tomo X.

nell'anno 1761.

Indice degli Autori della Lettera.

Agdollo (Marchese Francesco) pag. 267, 277.
Antonini (Co. Antonio) pag. 9.
Barca (P. D. Alessandro) pag. 337.
Calandrelli (Ab. Giuseppe) pag. 3, 81.
Caldani (Leopoldo) pag. 367.
Caldani (Petronio Maria) pag. 63, 117, 157, 211.
Colati (Sebastiano) pag. 39, 51, 145, 153, 203, 209, 269, 299.
Contarelli (Ab. Giuseppe) pag. 11, 35, 175, 205, 251, 389.
Galvani (Giambatista) pag. 241, 381.
Giannini (Pietro) pag. 7, 77, 191, 227, 369.
Guazzoni (P. Gio. Antonio) pag. 161.
Lorgna (Colonnello Anton Mario) pag. 107, 135, 303.
De' Malfatti (Gianfrancesco) pag. 25, 59, 93, 119, 163, 207, 271.
Miazzi (Giovanni) pag. 329.
Moletta (Valentino) pag. 391.
Molini (Giuseppe) pag. 133.
Nicolai (Arcip.te Giambatista) pag. 18, 315, 321, 351, 365, 383.
Olivetti (Francesco) pag. 223, 345.
Pasquali (Giambatista) pag. 253, 269, 371.
Pazzini Carli (Giuseppe) pag. 147.
Rolinà (P. D. Pier-Maria) pag. 89, 105.
Riccati (Co. Giordano) pag. 1, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 43, 53, 79, 97, 101, 109, 113, 127, 129, 137, 149, 151, 169, 171, 173, 185, 187, 193, 197, 215, 229, 235, 239, 247, 261, 263, 265, 273, 279, 281, 293, 305, 317, 325, 331, 339, 341, 347, 357, 361, 373, 375, 379, 385, 387.
Rizzi (Ab. Marcantonio) pag. 237, 243, 245, 255, 283
Sacchi (P. D. Giovenale) pag. 155, 225, 353, 377.
Sbrojavacca (Co. Niccolò) pag. 179, 199, 217, 287, 301, 333, 349, 359.

Indice degli Autori delle Lettere.

Sernagiotto (Arcip. Domenico) pag. 33, 41, 75
Tiraboschi (Ab. Girolamo) pag. 27.
Dè Toschi di Fagnano (Arcid. Co. Gianfrancesco) pag. 15, 91.
Trevisan (D.r Francesco) pag. 49, 201.

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo

Quando una verità è rigorosamente dimostrata geometricamente, e analiticamente; qualunque difficoltà in contrario non può avere per fondamento, che qualche equivoco. Di tal natura è l'obbiezione fatta dal Sig. Pietro Paoli contro la realità dei logaritmi dei numeri negativi.

Pervenuto l'Autore all'integrale completo $y, x = ax^3 + bx^{l-4:l2} + cx^{l2} + dx^{l\frac{1}{2}:l2}$, riflette che $y, x = bx^{l-4:l2}$ sarà integrale particolare, perchè dinotata per π la semicirconferenza del circolo, il cui raggio $= 1$, sarà $l-4 = l4 + \pi\sqrt{-1}$. Quindi $2^{l-4:l2} = 2^{\frac{2+\pi\sqrt{-1}}{l2}} = 2^2 \cdot \overline{\cos\frac{\pi}{l2} + \text{Sen}\frac{\pi l2\sqrt{-1}}{l2}} = -4$. Fatte le debite sostituzioni avremo $61926\, bx^{l-4:l2} + 4960\, bx^{l-4:l2} - 15600\, bx^{l-4:l2} - 15120\, bx^{l-4:l2} - 320\, bx^{l-4:l2} = 0$

Ella nota da per sue, che sendosi dimostrato $l\pm4 = l4 + m\pi\sqrt{-1}$ (intendendo per m qualunque numero della serie $0, 1, 2, 3, 4, 5$ &c.) ne segue essere $2^{l\pm4:l2} = 2^{\frac{l4+m\pi\sqrt{-1}}{l2}} = 2^2 \cdot \overline{\text{Cos}. m\pi + \text{Sen}. m\pi\sqrt{-1}}$. Qualunque degli stabiliti valori si assegni ad m, sarà sempre $\text{Sen}. m\pi\sqrt{-1} = 0$. Se $m = 0, 2, 4$ &c., avremo $\text{Cos}. m\pi = 1$, e se $m = 1, 3, 5$, &c., si scoprirà $\text{Cos}. m\pi = -1$. Il perchè $\text{Cos}. m\pi = \pm 1$. Postochè $y, x = bx^{l-4:l2}$ sia un integrale particolare, a $\text{Cos}. m\pi$ dee attribuirsi il valore -1, onde s'abbia $2^{l\pm4:l2} = 2^2 \cdot -1 = -4$. Sostituito questo valore nell'equazione che si è proposta

fi

do questo ... naturale; ed allora ... la linea MOK. di gravità ... della curva, discendendo questo per

l'Autore $32y,16x - 140y,8x - 975y,4x + 360y,2x - 32y,x = 0$, ci si presenterà $32\cdot(-4)^4 bx^{l-4:l2} - 140\cdot(-4)^3 bx^{l-4:l2} - 975\cdot(-4)^2\cdot bx^{l-4:l2} + 360\cdot(-4)bx^{l-4:l2} - 32bx^{l-4:l2} = bx^{l-4:l2}\cdot(8192 + 8960 - 15600 - 1520 - 32) = 0$, equazione, che si accorda colla verità anche quando a $l\pm4$ ci corrisponde lo stesso valore...

Io supponeva, che in codesto Giornale si avesse da leggere l'Estratto della Scienza teorica, e pratica della moderna Musica del P. M. Vallotti stampata in Padova l'anno 1779. Il P. M. Martini, che è della stessa Religione, e valentissimo Professore l'avrebbe dovuto comporre. Ho l'onore di protestarmi col maggiore rispetto

Di V. S. Ill.ma

Treviso 4 Genn.o 1781

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena.

Umil.mo Divot.mo Servitore
Giordano Riccati

ia per-
e dimo-
i trio-
e impor-
mio
quale
e lito
di Lui. con-
dire in
curva
solamen-
ica della
enti
no, di
il peso
o KI
C, con-
idera
ali pro-
e quelle
io dico,
a fa
si avrà
urva in-
KI sia
i. Per
di gra-
ano due
ano e
lla forza
eso della
e curva
e Car-
inxe;
llora
la linea
presum
forza,
di gra-

da do questo ... naturale, e allora ... di gravità oltre della curva, e essendo dritta questa fa la linea MOK. ...

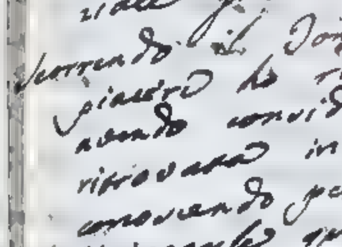
[illegible]

Illmo Sig.re Sig.re Pron Colmo

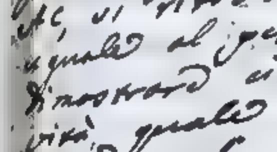
Desideroso di rinovare con un atto di perfetta stima la mia servitù verso di V. S. Illma accludo alla presente una mia dimostrazione risguardante il Teorema generale dell'equilibrio; della quale giudica cosa mi sarà rilevarne il suo imparziale giudizio.

Scorrendo il Tom: XX del Giornale di Modena con sommo mio piacere ho rincontrata una sua preziosa memoria, quale avendo considerata con tutta la necessaria attenzione l'ho ritrovata in tutte le sue parti eccellente, e degna di Lei. Conoscendo però la sua imparzialità, mi prendo l'ardire in dirizzarle qualche mia riflessione.

[illegible] nel primo Problema a determinare qual sia la curva uniformemente pesante, i cui elementi siano vicendevolmente equilibrati. A questo effetto ponendo in A il vertice della curva ricercata e conducendo le due tangenti



AD, AL concorrenti in I, nel punto medesimo di concorso, inalza la normale IK indicante il peso dell'arco AC; quindi riflettendo, che il peso KI contrariato per le direzioni IA, IC, i punti A, C, concludere, a motivo dell'equilibrio, dover essere le contrarie pressioni de' punti A, C, quali prodotte sono dal peso dell'arco AC, uguali a quelle [illegible] dal nominato peso KI. Questo ciò però posto, io dico, che se il peso KI con la sua direzione prodotta passa per il punto N centro di gravità della ricercata curva AC, si avrà giusto equilibrio: che se poi il centro di gravità della curva AC si ritrovi in M o V, non ostante che il peso KI sia uguale al peso della curva; dico non aversi l'equilibrio. Per dimostrare ciò considero una linea flessibile, e dotata di gravità quale sia AC. In A, vertice della curva, e C, siano due forze, quali per le direzioni tangenziali operando, equivalgano ad una forza AM contraria nella direzione alla forza naturale di gravità; ma eguale al peso della curva AC. Si renda per qualunque motivo la curva



AC rigida ed inflessibile, ed allora questa Catenaria come dimostra il [illegible] conteso; rappresenterà la curva, quale si cerca. Si prescinda dalla forza naturale di gravità, ed allora la curva AC, per le due forze in A, C ascenderebbe per la linea IMX con forza acceleratrice eguale alla forza di gravità. Si presuma da queste due forze, e si consideri soltanto la forza di gravità naturale, ed allora essendo in M il centro di gravità della curva, discenderebbe questa per la linea MIK. [illegible]

adunque le due forze in A, C, e la forza di gravità qu[...]
no contemporaneamente la curva AC rimarrà in [...]
ferva quiete. Che se poi il centro di gravità della Cu[...]
non sia in M; ma in N, o V: allora in N o V, vi sar[à]
una forza accelleratrice discendente; ed in M vi s[...]
una forza uguale ascendente, nella direzione ugua[le]
è parallela alla forza in N o V: ma con ciò non [...]
avrà equilibrio, come rilevo nella qui acclusa Memor[ia]
Dalle cose fin qui dette, sembrami facile il poter rileva[re]
che non solo nella Catenaria, ma in qualunque Curva [...]
unico è il punto, ed il caso, in cui due forze applicate
a due diversi punti della curva, fra quali uno sia [...]
vertice, e nelle direzioni tangenti ne rispettivi punti p[...]
no stare in equilibrio con la data Curva: quindi se[...]
ata questo caso, se la forza applicata in A si suppong[a]
costante, e nella direzione tangente, ed un altra forz[a]
applicata in V, punto superiore ad M; centro di gravi[tà]
della curva; costituiscano equilibrio con la curva: la [...]
za applicata in V con la sua direzione non potrà [...]
tangente, ma bensì secante: onde in tutti i punti della cu[rva]
non si verificherà la proporzione $a : S = \partial y : \partial x$

Supponendo però l'equazione $y = L(a+x+\sqrt{2ax+x^2})$, quale in [...]
guito determina il Sig. Conte, e supponendo x infinit[esi-]
ma, trovo nel primo scolio $y = L(a+x+\sqrt{2ax+x^2}) = \sqrt{2a}$[...]
certo che essendo a il protonumero, ed i infinitesima [...]
rispetto al protonumero, si trova sempre $L(a+i) = i$[...]
siccome non si verificherebbe l'equazione $L(a+x+\sqrt{2ax}$[...]
$= L(a+\sqrt{2ax})$; se x infinitesima non fosse rispetto a [...]
o veramente, se $\sqrt{2ax}$ non disegnasse una quantità [infi-]
nita: Dunque sembra non si possa avere $L(a+x+\sqrt{2ax}$[...]
$= \sqrt{2ax}$ nell'ipotesi di x infinitesima. Essendo però nell[a]
Parabola la semiordinata y, o l'uguale $\sqrt{2ax}$, quan[...]
infinitamente piccola, quando x è infinitesima di se[con-]
do grado; quindi si potrà ottenere l'equazione $L(a+x+\sqrt{2ax}$[...]
$= \sqrt{2ax}$ nell'ipotesi di x infinitesima di secondo grado. [...]
messe tutte queste cose io trovo essere il raggio dell'[...]
luta $= \frac{(x+a)^2}{a}$: onde come vole il Sig. Conte essendo a[...]
infinitesima, a il raggio del circolo osculatore. A m[...]
ridere tutto ciò merita riflessione, mentre per il prim[o]
metodo un archetto di circolo del raggio a coinciderebb[e]
con un archetto della curva al quale corrispondesse, [...]
ascissa x infinitesima di secondo grado: quando per il [...]

condo metodo si avrebbe anche la coincidenza di un archetto di curva al quale corrisponderebbe l'ascissa x infinitesima di primo grado. Anzi se il secondo metodo è esatto, si dovrebbe necessariamente verificare l'equazione $\sqrt{ax} = l(a+x+\sqrt{ax+x^2})$, quale per la natura della Logaritmica non sembra aver luogo, allor quando $\sqrt{ax}$ rappresenti una quantità finita, ma bensì quando equivalle ad una infinitesima; ovvero quando x è infinitesima di secondo grado. Queste difficoltà si possono applicare al Problema 3, e Scol: 2; essendo medesimi i principii da' quali derivano.

Ne' passati giorni ho ricevuto il 4:° e 5:° Tomo della raccolta Ferrarese dove con mio sommo piacere ho rincontrate le due sue memorie, delle quali avvertito mi aveva in altra sua stimatissima. La memoria contenuta nel citato tomo incontra presso di me qualche difficoltà che in altro corso di posta mi darò l'onore di assoggettarvi al purgato suo intendimento. Goda frattanto il mio Sig.r Conte d'un maggior ozio e quiete a vantaggio della Letteraria Repubblica, e consideri in me un suo ammiratore e Servo.

Di V.S. Ill.ma Roma 6 Gennaro 1781

Devotissimo ed Obligatissimo Servo

Giuseppe Calandrelli

Ill.mo Zio, Padrone mio Col.mo

omandar

ozzo

a me

seguir

imaginar

stà impru

sabia

seguono

bisa le

Padrone mi

so voleva

ino che

cole uno

prima

di nono

nimo mio

$$\frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$$

da l'archetto Sg.

4 del cor

ndaro al

ne suffic

m = 0, p

io credo

novatis

approx

della Svan

Il secon

ziani

ritivo,

e sono

6

[illegible]

4

Ill.° Zio, Prone mio Prmo 9

11

4 del cor.

ndato al

comande

ne suffi

orr...o

m = 0, 2

à me

io vedo

seguir

Ingrad

l'imaginar

movativa

ata impru

approv

sabia

della Sua

vengono

Il secon

tesiù Le,

gior fo

rei Professori

sirio,

che voleva

e sono

iao che

còlle uno

prima

di non

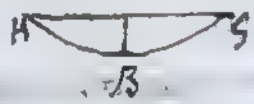
imo mio

$\dfrac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$

ode l'archetto Sg

6

Oh quanto volentieri averei cooperato alla raccomanda-
zione fattami dal Co: Donati Orologgio per nostro
Protomedico; ma le sue premure giunsero à me
troppo tardi, e per dir così ove prima che seguir
dovesse il consiglio dell'elezione. Ella può imaginar-
si l'impegno de' varj partiti, e sarebbe stata impru-
denza dà mia [illegible] voce e fare passi senza [illegible]
menti che corrispondano [illegible] i quali vengono
condotti da molte relazioni, e parentele. Tuttavia se
il Promotor Morosini uno de' nostri primari Prote[illegible]
non avesse fatto instanze le più veementi, che volea
à questa condotta il Cristianopolo, io mi imagino che
sarebbe rimaso il Co: Orologgio, come in fatto c'è stato uno
nella ballottazione. Mi dispiace per la prima
occasione, che mi procacciò di servirla di non
aver potuto esser utile, riserbandosi l'animo mio



$\sqrt{1-xx}-1 : -dx : \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$

supponendo AC = 1 la prima dà l'archetto BC, la seconda l'archetto Sg;

6 10

d'impiegarsi in renderle servizio in qualunque altro
suo comando

La mia Bettina stà molto bene, ed i miei Figli ancora
Ha, prima mi incombe porgerle i suoi doverosi compli-
menti, e gl'altri mi pare di veder loro giornalmente
il desiderio di vederla, cosa che in buona stagio-
ne mi parebbe fattibile. Ella può imaginarsi quanto
caro sarebbe à me una sua visita, ed agl'altri
di mia famiglia, che unitamente corrispondono
à suoi cortesi saluti, ed io con tutto ossequio mi
professo.

[illegible]

Udine 14 Gennajo 1741

Dev.mo Obbl.mo Se.re
Antonio [illegible]

11

de' 4 del cor

commodare al

isprime suffi

se m = 0, 1, 2,

1, io credo

và sempre

in precedente

i sua approx

luogo della Som

ui. Il secon

lvazione fa

co positivo,

otto sono

$\sqrt{1-xx} : -1 : : -dx : \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$.

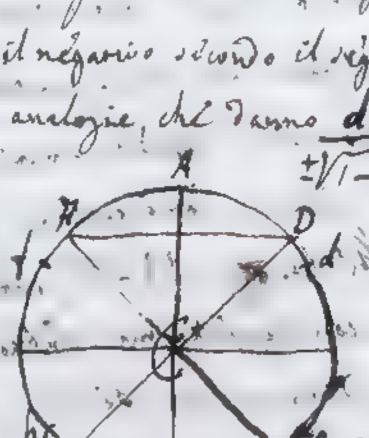
supponendo AC = 1 la prima dà l'archetto Bd, la seconda l'archetto Gg;

6

Illmo Sig.^re Sig.^re Pron Col.^mo

Altro Sig. Sig. e Pron Col.^mo

Ricevo le due gentilissime di V. S. Illma l'una de 15 del passato, l'altra de' 4 del corrente, alle quali ho tardato un poco a rispondere per essere stato incomodato alquanto dal raffreddore. La dottrina contenuta nell'ultima circa il ... sufficientissima al dissipare ... Ella dice, che $Cos.\, m\pi = \pm 1$ perchè se $m = 0, 2, 4, 6$ &c avremo $Cos.\, m\pi = 1$, e se $m = 1, 3, 5$ ne seguirà $Cos.\, m\pi = -1$; io credo di poter dire, che $Cos.\, m\pi = \pm 1$, perchè se $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ &c sarà sempre $Cos.\, 0 = \pm 1$, $Cos.\, \pi = \pm 1$, $Cos.\, 2\pi = \pm 1$, $Cos.\, 3\pi = \pm 1$ &c. Adduco in prova due argomenti, che non ardisco di chiamare dimostrazioni prima di avere la sua approvazione. Il primo è la risposta dell'incomparabile suo fratello a' luoghi della ... nella quinta lettera sopra i Logaritmi de' numeri negativi. Il secondo lo cavo dalla formola $\frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$ elemento di un arco di circolo del raggio 1 espresso pel suo seno x. Ognun sa, che $\int \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$ può prescrivere l'arco positivo, o il negativo secondo il segno prefisso al radicale $\sqrt{1-xx}$. Or quattro sono le analogie, che danno $\frac{dx}{\pm\sqrt{1-xx}}$.



$\sqrt{1-xx} : 1 :: dx : \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$

$-\sqrt{1-xx} : -1 :: dx : \frac{dx}{\sqrt{1-xx}}$

$\sqrt{1-xx} : 1 :: -dx : \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$

$-\sqrt{1-xx} : -1 :: -dx : \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$

Supponendo $AC = 1$ la prima dà l'archetto Dd, la 2.da l'archetto Sg,

La terza Ff, la quarta Hh: dunque $\int \frac{dx}{\pm\sqrt{1-xx}}$ può rappresentare i quattro archi AD, BG, AF, BH. I primi due son positivi, ma uno ha il coseno positivo, e l'altro negativo, gli altri due son negativi, e questi pure hanno il coseno positivo il primo, negativo il secondo. Quindi mi pare di poter dedurre esattamente, che se l'arco rappresentato facciasi eguale alla semicirconferenza π, sarà dunque $Cos.\pi = \pm 1$. E lo stesso si potrà dedurre, se si moltiplichi π per m esprimente qualunque numero della serie 0, 1, 2, 3, 4, 5 &c.

Terzo argomento. E' noto, che $Cos.\frac{1}{2}\varphi = \frac{\overline{Cos.\varphi+\sqrt{-1}\,Sen.\varphi}^{\frac{1}{2}} + \overline{Cos.\varphi-\sqrt{-1}\,Sen.\varphi}^{\frac{1}{2}}}{2r^{-\frac{1}{2}}}$.

Fatto φ = alla circonferenza, $Sen.\varphi = 0$: dunque $Cos.\frac{1}{2}\varphi = \pm\sqrt{r\,Cos.\varphi}$. Ma r si può supporre $= \pm 1$, e $Cos.\varphi$ è sempre eguale al raggio o questo si prenda positivo ovvero negativo. Dunque $r\,Cos.\varphi$ sarà sempre $= 1$. Dunque $Cos.\frac{1}{2}\varphi = \pm 1$, cioè $Cos.\pi = \pm 1$. Si moltiplichi π per m, e sarà sempre $Cos.m\pi = \pm 1$.

Le stesse conseguenze deduco dalla formula $Cos.m\pi = \overline{Cos.\pi+\sqrt{-1}\,Sen.\pi}^{m} + \overline{Cos.\pi-\sqrt{-1}\,Sen.\pi}^{m}$ la quale si riduce alla seguente $Cos.m\pi = \frac{\overline{Cos.\pi}^{m}}{r^{m-1}} = r$ [illegible] $2r^{m-1}$

Fatto $r = \pm 1$, come si deve, o sia m pari, o dispari sarà sempre $Cos.m\pi = \pm 1$.

Io mi sono un po' diffuso in una cosa, che forse sarà stimata una bagattella. Ma pure se non prendo errore fissato questo principio molte difficoltà svaniscono tosto, siccome fumo. Ne si dica, che r si dee sempre prendere come quantità positiva, perchè ne verrebbe una delle due, o che sarebbe $Cos\frac{\pi}{2} = \pm\sqrt{-1}$, o che $Cos.\frac{\pi}{2} = 1$ sempre, e necessariamente. L'una, e l'altra conseguenza mi sembra assurda, e tale deve sembrare anche a quelli, che opinano diversamente. Se nella prima formula $r = \pm 1$, lo stesso dovrassi dire nella seconda.

Poichè dunque $a^{l.-4:la} = a^{\frac{l.4+m\pi\sqrt{-1}}{la}} = a^{2}.\ Cos\ m\ Cos.\pi + Sen.m\pi.\sqrt{-1}$, fatto $m=1$ sarà $a^{l.-4:a} = a^{l4:la} = a^{2}.\pm 1$. Nell'equazione proposta dal sig. Daviet

Ill.mo Sig. Sig.le Prone Col.mo

Dal essere $a^{l-4:la} = a^{l4:la} = -a^2$, perchè $z = a^m$ si è trovata negativa. Quindi ne ricavo, che bx^2 può benissimo essere integrale particolare dell'indicata equazione, purchè in luogo y, x; $y, 2x$, $y, 4x$; $y, 8x$; $y, 16x$ si sostituisca bx^2, -2^2bx^2, $\overline{-2^2}^2bx^2$, $\overline{-2^2}^3bx^2$, $\overline{-2^2}^4bx^2$, cioè bx^2, $-4bx^2$, $16bx^2$, $-64bx^2$, $256bx^2$, come si dee fare

Ho studiato il problema del Sig.r Malfatti; ma non ho ancora avuto l'agio di soddisfare a me stesso. Mi riserbo a parlarne in altra lettera

Ho parlato col Sig.r Abate Tiraboschi dell'Estratto del P. Vallotto. Egli mi ha detto, che qui non s'è veduto ne' ... l'Estratto del P. M. Marroni, sebbene quelli l'ha mai fatto. Resto al solito col più profondo rispetto

Di V. S. Ill.ma

Modena 16 Gennajo 1781.

Umil.mo Dev.mo Servitore
Giuseppe Contarelli

5

Al Nobile Sig.r Sig.r e Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Trevigio

Ill.mo Sig. Sig.re Pron.e Col.mo

Benchè io abbia sempre pregiato il Merito di V.S. Ill.ma
in ogni Scienza, e massimamente nelle Matematiche, e
cresciute siero le mie obbligazioni per essersi gentilmen
te degnata consegnare al Sig. Ab.te Antonio Meloni,
che si distingue in promovere le Buone Lettere alcuni miei
Opuscoli Matematici, io non averei osato manifestare a
dirittura a V.S. Ill.ma questi miei sentimenti di profon=
da stima, e riconoscenza, se non occorressero al Rev.de
Onorio mio Nipote le seguenti Notizie.
= Essendovi una Commenda dell'Ordine Costanti=
= niano in Padova del valore di Ducati 2366 Venez.ni
= Mon.ta Ven.ta d'annua Rendita di Duc.ti 240, fondata
= dal Sig. Conte Cerrioni Padoano li 26 Nov.re 1713
= sotto il Titolo di San Giuseppe, alla quale assegnò per
= suo Fondo tanti suoi Beni corrispondenti, posti, parte

il valore del peso p, che impedisca la mantovata.
discesa. Calando abbasso il vette per dx, il peso
p ascenderà per altrettanto: ma queste azioni
contrarie

6 16

12

= nella Villa di e Frane, parte in Villa Nova, e
= parte in Villa Viola vicino al Territorio di Tre=
= viso: Si desidera pertanto sapere, chi presenten.te usu=
= frutti L'Entrate della Summentovata Commenda.
Supplico pertanto riverentem.te La di Lei Bontà,
che però dirmi su la faccia del Luogo, a sommai ristrin
mi le desiderate Notizie, per le quali le sarò sommame
te tenuto, ed augurando a V.S. Ill.ma una Lunga, e prosper
vita tanto proficua alle Buone Scienze, ho L'onore di esse
Rispettosamente

D.V.S. Ill.ma Sinigaglia 16 Gennaro 1781

Div.mo Obblig.mo Servitore
L'Arcid.no Gio. Francesco de' Conti di Fagnano

il valore del peso p, che impedisca la mentovata discesa. Calando abbasso il vette per dx, il peso p ascenderà per altrettanto: ma queste azioni

contrarie

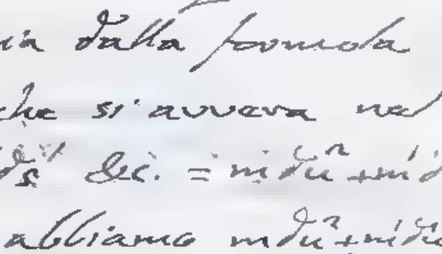
L. — 18
— 6
L. — 12

All'Ill.mo Sig. Sig. Prone Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Ricetto
Ferrara per Treviso

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r Sig.r Pron Col.mo   18

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo   17

Con somma mia obbligazione ho ricevuto la ingegnosissima sua dimostrazione riguardante il teorema generale dell'equilibrio, e col maggior piacere la ho rapidamente gustata. Io soglio dedurre l'equilibrio dal metodo delle azioni, o sia dalla formola concordemente ricevuta, e che si avvera nel principio del moto $f ds + f' ds'$ &c. $= m du^2 + m' du'^2$ &c. Posto che si dia equilibrio, abbiamo $m du^2 + m' du'^2$ &c. $= 0$, e perciò $f ds - f' ds'$ &c. $= 0$, cioè la somma delle azioni positive uguale a quella delle azioni negative, le quali mutuamente si impediscono, che è la legge generalissima dell'equilibrio. Se le forze sono normali al vette, le distanze AC, A'C dal fulcro C sono proporzionali a ds, ds'; e quindi $f.AC - f'.A'C$ &c. $= 0$. Da ciò facilmente deducesi la pressione, che sostiene il fulcro. Due forze f, f' si equilibrino intorno al punto C, e non potendo girare il vette AA' intorno il punto C, tenta di discendere parallelo a se stesso per la verticale dx. Levato il fulcro, cerco il valore del peso P, che impedisca la mentovata discesa. Calando abbassa il vette per dx, il peso P ascenderà per altrettanto; ma queste azioni contrarie



6

12

18

contraria debbono esser eguali; onde non nasca moto; dunque $(f+f').dx = P\,dx$, e per conseguenza $f+f' = P$, che in fatti è quella pressione, che dal fulcro C è sostenuta.

Se le forze non sono normali al vette, vale nulladimeno la formola $f\,ds - f'\,d\xi$ &c. $= 0$; Siano le due forze $f = AE$, $f' = A'F'$, la prima inclinata al vette, e la seconda normale. Fingasi, che con un minimo moto il vette passi nella positura BCB'. Tirata EB, col raggio EB si descriva la l'archetto BD: Dico che si darà equilibrio, quando sia $EA \cdot AD = F'A' \cdot A'B'$. Poiché sono simili i due triangoli FAE, DAB, avremo l'analogia $FA : AE :: DA : AB$, e quindi l'equazione $EA \cdot AD = FA \cdot AB$. Si avrà dunque equilibrio qualora sia $FA \cdot AB = F'A' \cdot A'B'$; ma $AB : A'B' :: AC : A'C$. dunque avremo equilibrio, purché sia $FA \cdot AC = F'A' \cdot A'C$, ossia $FA : F'A' :: A'C : AC$, il che essendo vero, ne segue, che sendo $EA \cdot AD = F'A' \cdot A'B'$, sussisterà l'equilibrio.

La settimana ventura mi ingegnerò di sciogliere l'obbiezione da V.S. Ill.ma proposta intorno la mia Dissertazione, e con pienissimo rispetto mi dichiaro. Di V.S. Ill.ma

Sig. Ab. Calandrelli Roma. Treviso 26 Gen.° 1761. Divot.mo Obbl.mo Servo Giordano Riccati

Fo: - :18.

Se

La

Sig

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r Sig.r Pron Col.mo 38

Per quanta diligenza, e ricerca abbia fatta a questi nostri Eruditi per dare a V.S. Ill.ma qualche precisa notizia di ciò, che mi ricerca, non posso altro dirle, che tutti li ò trovati in una assoluta oscurità intorno alla Commenda accennata. Il Sig.r Ab. Lazzari oltre modo erudito, specialmente delle cose Patrie mi disse, che questa al [illegible] [illegible] [illegible], aggiunse, che la nuova Famiglia Cervioni, che si suppone Padovana non sa egli, che ci sia, nè fu mai saputa. Pensa egli, che si possa equivoco nel nome: mentre qui non c'è che la Famiglia Cervioni, la quale è ridotta ad un solo Ab. infelicemente affetto fuor di senno. Non cesserò, però di informarmene, e trovando qualche lume, lo comunicherò tosto a V.S. Ill.ma

Il Sig.r Conte Zeno mi presentò una stimat.ma sua, ed io non poteva già presentarmi maggior mezzo, onde impegnarmi con tutta l'efficacia a me possibile per servirlo in ciò, che mi richiede. Egli per altro mi pare un Giovane di talento, ed assai onesto: e perciò atto ad avanzamenti.

A maggior della raccomandazione [illegible] Arcadiani a favore del [illegible] Teologo Pisani a nome anche di questo Sig.r [illegible] Broglio per altro con troppo [illegible] non [illegible] lusingarsi di riuscita: ma a [illegible] in critica. Onore l'efficacia della sua raccomandazione, [illegible], come io lo sono, e come rispettosamente mi segno

Di V.S. Ill.ma [illegible] Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servit.
Giambattista Nicolai

16 Feb. 1759 Padova

$-\frac{ax}{\sqrt{2ax+x^2}}$, e differenziando [illegible] $\sqrt{2ax+x^2}$

Posto che il centro della massa AMC = s sia collocato

nella

6

12

La s

Sig

$= \frac{ax}{\sqrt{2ax+x^2}}$, e differenziando $dy = \frac{[illegible]}{2a+x\sqrt{2ax+x^2}}$

Posto che il centro della massa $AMC = S$ sia collocato

nella

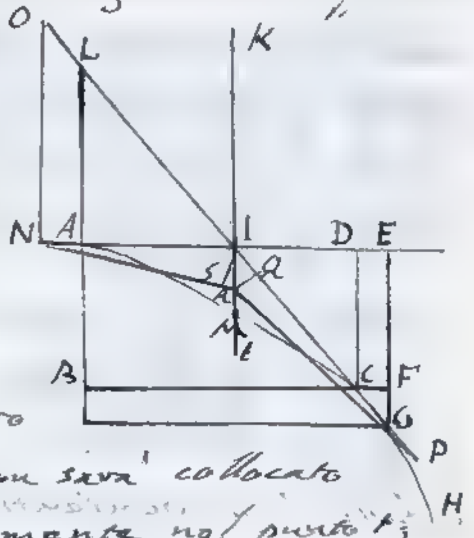
6

12

La

Sig

Adempio la promessa, e procuro di sciogliere la difficoltà da V.S. Ill.ma proposta, cioè che la curva uniformemente pesante AMC sarà soltanto equilibrata, allora quando la verticale KI indicante il peso di essa curva, prorogata che sia, passa pel centro M di gravità della curva medesima. Avverto che il centro di gravità della curva AMC non sarà collocato in M, ma alquanto più inferiormente nel punto t; il qual punto affermo trovarsi nella verticale KI prorogata.



Nella Fig. 1. della mia Dissertazione pel punto A si meni la verticale BAL, e si prolunghi l'orizzontale FC sino in B. Ritenute l'altre denominazioni, pongo AI = q. La sottotangente BL si eguaglia ad $y\frac{dx}{dy}$, e quindi $AL = y\frac{dx}{dy} - x = \frac{y\,dx - x\,dy}{dy}$. Ora essendo

FG : CF :: AL : AI, troveremo AI =

$dx : dy :: \frac{y\,dx - x\,dy}{dy} : \frac{y\,dx - x\,dy}{dx}$

$q = y - \frac{x\,dy}{dx}$, e sostituendo in cambio di y, e di dy i loro valori $l\,\overline{a+x+\sqrt{2ax+x^2}}$, $\frac{a\,dx}{\sqrt{2ax+x^2}}$ determinati nella mia Dissertazione, ne risulterà $q = l\,\overline{a+x+\sqrt{2ax+x^2}}$ $- \frac{ax}{\sqrt{2ax+x^2}}$, e differenziando $dq = \frac{\overline{a^2+ax} \cdot dx}{\overline{2a+x}\sqrt{2ax+x^2}}$

Posto che il centro della massa AMC = s sia collocato

nella

6

12

20

nella verticale KIt, avremo pel noto Teorema del centro delle masse $\int y\,ds = qs$, e presa le differenze, $y\,ds = q\,ds + s\,dq$, ovvero $\overline{y-q}\cdot ds = s\,dq$. Nella Dissertazione ho scoperto $s = \sqrt{2ax+x^2}$, $ds = \frac{a\,dx + x\,dx}{\sqrt{2ax+x^2}}$. Si sostituiscano in vece di y, q, dq, s, ds i valori espressi per x, e ne nasce

$$\frac{ax}{\sqrt{2ax+x^2}} \cdot \frac{a\,dx + x\,dx}{\sqrt{2ax+x^2}} = \sqrt{2ax+x^2} \cdot \frac{\overline{a^2+ax}\cdot dx}{\overline{2a+x}\sqrt{2ax+x^2}},$$

e fatte le convenienti operazioni $\frac{\overline{a^2+ax}\cdot dx}{2a+x} = \frac{\overline{a^2+ax}\cdot dx}{2a+x}$, equazione patentemente vera. Per la qual cosa il centro della massa AMC = s è situato nella verticale KIt, ed essendo il peso proporzionale alla massa, il centro di gravità coincide con quello della massa, e notandosi concepito il peso = s applicato in I, qualunque arco di figura catenaria AMC sarà sempre equilibrato.

Questo stesso equilibrio si può dimostrare col metodo delle azioni. Ho trovato nella Dissertazione = a la forza orizzontale, che spinge per la direzione AI. Segnata IN = a, si tiri la verticale NO, e si prolunghi IL sino in O. Avendo fatto vedere, che le forze per NI, KI, CI sono proporzionali a CF = dy, FG = dx, CG = ds, egli è facile da scoprire, che le tre mentovate forze s'agguaglieranno ad NI, ON, IO, a cui si farà eguale PI.

Se

Sic

non ci fossero gli impedimenti in A, C, la curva pesante AMC discenderebbe in tempo minimo parallela a se stessa per la verticale IR, ed eserciterebbe l'azione KI.IR = ON.IR. Una pari azione tenta di esercitare la forza KI=S, che si può supporre applicata in I. Si tiri la linea PR, e fatto centro in P, si descriva l'archetto RQ. Non altrimenti condotta la retta NR, col centro N, e raggio NI si delinei l'archetto IS. Supposti i suddetti impedimenti, le forze PI, NI tentano di esercitare le reazioni PI.IQ, NI.SR: Quest'ultima reazione può trasandarsi; perchè SR è infinitesima del secondo ordine. Egli è di uopo dunque che sia KI.IR = PI.IQ, acciocchè un'azione impedendo l'altra nasca equilibrio, e la curva pesante AMC per conseguenza non faccia moto. E voglia il vero i triangoli rettangoli NOI, QIR sono simili, perchè sendo parallele le linee NO, RI, si uguagliano gli angoli O, RIQ. Avremo pertanto ON=KI : OI=PI :: IQ : IR, e quindi KI.IR = PI.IQ; il che ec.

Credo che quanto ho scritto possa essere sufficiente per far isvanire i suoi dubbj, e che resterà persuasa, che un arco di figura catenaria sia perfettamente equilibrato e tutto intero, ed in qualunque sua parte; perchè condotte ai punti estremi due tangenti, e menata nel loro concorso una verticale, passa questa pel centro di gravità o dell'arco totale, o della parte prescelta.

Leggerò molto volentieri le dotte sue riflessioni sopra

il

6

12

22

il mio Opuscolo contenuto nel quarto Tomo della Raccolta Ferrarese, che per dire il vero è stato da me molto ponderato: nondimeno si può prendere sbaglio in una materia tanto difficile, ed io mi approfitterò de' suoi lumi. Sono pieno di stima de' suoi vari talenti, e desidero sempre più di farmi conoscere quale ho l'onore di confermarmi

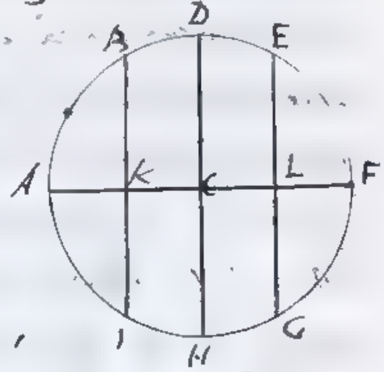
Di V. S. Ill.ma

Treviso 2 Feb.° 1741.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli
Roma

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

conferma le dottissime sue riflessioni contenute nella gentilissima lettera dei 16. Gennajo congiungendo l'Analisi colla Geometria. Mi insegna l'Analisi essere $Cos.c.\varphi = \pm\sqrt{r^2 - Sen.c.\varphi^2}$, e ... quindi il Cos. = KC di un arco qualunque AB = φ si può egualmente considerare come positivo, o come negativo.



Sia l'arco φ minore del quadrante, o pure maggiore di tre quadranti e minore di cinque, ovvero maggiore di sette quadranti e minore di nove &c., ed il Cos.e di ciascuno di questi archi sarà diretto da C verso K. Che se l'arco φ sarà maggiore del quadrante e minore di tre, ovvero maggiore di cinque quadranti, e minore di sette, o pure maggiore di nove quadranti, e minore di undici &c., il Cos. di ognuno di questi archi ricaverà l'opposta direzione da C verso L. Quindi se al Cos. CK si adatterà il segno ±, al Cos. CL dovrà competere il segno ∓, e perciò amendue i Cosseni accetteranno i due segni positivo, e negativo. Si chiami π il semicircolo del raggio = r, e moltiplicando ... π

potrà la massa B discendere colla legge del moto accelerato ... che il punto D abbia una velocità iniziale = Va. Fin qui va bene. Cangiano ora i dati del Problema, e diciamo: Trovare il moto della verga AB caricata di un grave B, qualunque sia la sua prima inclinazione sul piano

6 24

12

π per 0, 2, 4, 6 &c., avremo una serie di archi della prima specie, ai quali compete il Coseno CA diretto da C verso A. Moltiplicando π per 1, 3, 5, 7 &c., ci si presenterà una progressione d'archi della seconda specie, che accettano il Coseno CF, che ha una direzione contraria a quella del Coseno CA. Il perchè se seguendo le traccie dell'analisi si fa $CA = \pm 1$, dovrà stabilirsi $CF = \mp 1$, e perciò gli archi delle due specie, ch'è quanto a dire gli archi nascenti dal moltiplicare π per $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ &c riceveranno il Coseno $= \pm 1$, come congiungendo l'Analisi colla Geometria si doveva dimostrare.

È uscito un Tomo di Opuscoli matematici del P. Fontana tutti interessanti. Io non l'ho ancora veduto. Ella si degni di credermi quale mi protesto

Di V.S. Ill.ma

Treviso 2. Feb.o 1781.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli. Modena.

Umil.mo Divot.mo Servitore
Giordano Riccati

2 Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli Roma

Divot.mo Obbl.mo Servitore
5 Giordano Riccati

posa la massa B discendere colla legge del moto accelerato.
cue il punto D abbia una velocità iniziale = Va. Fin qui va bene. Cangia-
no ora i dati del Problema, e diciamo. Trovare il moto della verga
AB caricata di un grave B, qualunque sia la sua prima inclinazione sul piano,

6

12

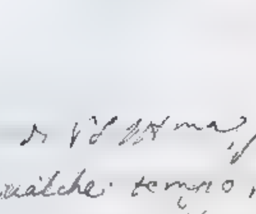
Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli
Roma

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo e Rev.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 29

Ill.mo Sig.r Conte Pron. Col.mo 25

Non ho voluto sì subito rispondere alla cortesissima lettera di V.S. Ill.ma, per non esserle tutti gli ordinarj importuno. Ora che è scorso qualche tempo, mi prendo la libertà d'infastidirla nuovamente sul contrastato Problema della verga che poggia sur un piano orizzontale. Che vuol ella fare? Mi si è attraversata in testa un'idea storta, che assolutamente io non so radrizzar senza ajuto. Per venir subito alla cosa, io la prego di tener dietro alla serie de' miei pensamenti, e di dirmi, dove precisamente, io erro. Mi propongo questo Problema. Data la verga AB inclinata sul piano orizzontale AD, la quale abbia una massa inerte in B, trovare la forza da applicarsi in A orizzontalmente, perchè B discenda per BD colla legge della discese libere prodotte da una forza verticale costante.



La soluzione di questo Problema che è facilissimo mi dà, supponendo, che la prima situazione della verga sia in C, che sia AB = a, DB = y, la velocità di A = u, la velocità di B = V, ed i dati, la forza per DA = $\frac{(2a^2 b - 3a^2 y + y^3)}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$, chiamata b la y che corrisponde alla prima situazione in C; la velocità di A = u = $\frac{y\sqrt{2}\sqrt{b-y}}{\sqrt{a^2-y^2}}$, e la velocità $V = \sqrt{2}\sqrt{b-y}$ ecco, ora ciò che accade quando la prima situazione della verga è verticale, per esempio DE. In tal caso diventa b = a, onde la forza per DA = $\frac{(2a^3-3a^2y+y^3)}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}} = \frac{\overline{a-y}^2 \times \overline{2a+y}}{\overline{a+y}^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-y}^{\frac{3}{2}}} = \frac{\overline{2a+y} \times \overline{a-y}^{\frac{1}{2}}}{\overline{a+y}^{\frac{3}{2}}}$, e perchè nella prima situazione DE anche y = a, abbiamo la forza per DA = 0. Quanto poi alla velocità u, questa nella situazione DE diventa = $\frac{y\sqrt{2}\sqrt{a-y}}{\sqrt{a+y}\sqrt{a-y}} = \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{a+y}}$, e fatto y = a, risulta $u = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2a}} = \sqrt{a}$; la velocità poi di B posto in E diventa $= \sqrt{2}\sqrt{a-y} = \sqrt{2}\sqrt{a-a} = 0$. Dunque perchè essendo la verga DE verticale possa la massa B discendere colla legge del moto accelerato è necessario, che il punto D abbia una velocità iniziale = $\sqrt{a}$. Fin qui va bene. Cangiamo ora i dati del Problema, e diciamo. Trovare il moto della verga AB caricata di un grave B, qualunque sia la sua prima inclinazione sul piano,

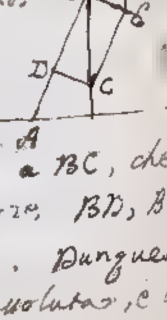
6

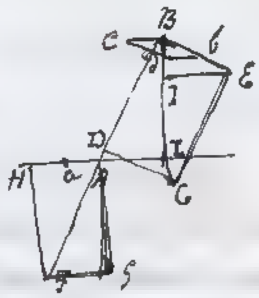
12

26

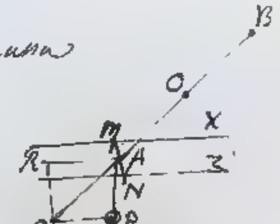
che io sciolgo questo nuovo Problema, mi risultano le stesse velocità del
precedente; e qualora mi riduco alla verga verticale nella sua
prima posizione, mi salta fuori la velocità iniziale del punto B
la quale non può esser prodotta da nessuna forza, perchè tutta
gravità di B posto in E vien sostenuta dal piano. Dimando
va questa faccenda, e perchè interrogata l'Analisi di ciò che
nasce in tale ipotesi non mi risponda, che anche la velocità u
zero. Ciò mi ha fatto nascere qualche sospetto sulla applicazione
principio della conservazione delle forze vive ~~applicato~~ al caso de
resistenze de' piani, e della maniera di risolver la forza, che
quelli i quali sciolgono il Problema per altre strade. Mi pareva
che ove la verga sia caricata di due corpi, uno in B, e l'altro
in A, due generi di resistenza si dovessero considerare rispetto al
moto dell'estremo A, quella che nasce dal cacciare la massa resist
per la linea orizzontale, e l'altra, che oppone il piano alla verga
in direzione verticale. La prima resistenza cessa, ove in A non
sia massa, ma l'altra ho creduto, che dovesse aver luogo, fino
non mi restasse dimostrato, che è affatto nulla.

Mi son poi rivolto alla risoluzione delle forze, ed ho veduto, che si discorre
Sia BC la gravità assoluta dell'unico corpo B, che è attaccato alla verga.
Perchè la verga poggia sul piano avrà una tendenza a descrivere un cerchio.
Risolvasi dunque la BC nelle due normali tra loro, BD, BE.
Se v'è forza che possa premer sul piano, questa dee provenire
dalla BD, che è nella direzione della verga. Ma risolviamo
anche la BE in altre due BZ, BC col condurre EZ parallela a BC, che
fra la BD prodotta in Z. Dunque B è sollecitato dalle 3 forze BD, BZ
Ma le due BD, BZ, perchè eguali e contrarie s'equilibrano. Dunque
resta l'unica BC che è libera, cioè resta libera la gravità assoluta, e la
verga non soffre alcuna resistenza dal piano. Questa risoluzione mi sembra
nugatoria affatto, perchè anche al caso de' due corpi in B, e in A, posso
fare questo discorso, e concludere che non vi è alcuna pressione sul piano.
quando questa vi è certamente, come si raccoglie dal calcolo. Tentiamo pero





Un'altra risoluzione. Le due BD, BE sono
equivalenti alla gravità assoluta BG. Colloco
sotto al piano la AF = BD, e intendo che la
forza BD sia applicata al punto A; il che io posso far certamente,
e risolvo la AF nelle due AH, AG tra loro normali. Dunque la verga
è mossa dalle tre forze AH, AG, BE, che non si turbano tra loro,
perche la AH è in una direzion libera, la AG ad essa normale,
e la BE normale alla verga: Ma la AG è vinta dal piano.
Dunque le due forze agenti sono AH, BE. Coll'unica forza AH,
supponiamo che in un istante il punto A si trasferisca in a elemento di ξA,
e che coll'unica BE contemporaneamente, il punto B si trasferisce in b.
Poichè è dimostrato, che il centro di gravità dei corpi che caricano una
verga discende per la verticale, essendo unico il corpo B, vuol dire
che B discenderà verticalmente: e quindi nel tempo in cui scorrerebbe
BG per la sola forza BE, resterà deviato dalla BG, per la forza
in AH, quanto porta lo spazio bd, che col calcolo si rileverà essere
eguale ad Aa, e la strada scorsa realmente dal corpo sarà Bd.
Compiuto dunque il parallelogrammo eb, e tirata ET parallela a bd,
la forza equivalente alle due AH, BE, sarà la BT, che ridotta
a motrice sarà B·BT diversa da B·BC.
Si ritorna dagli altri a trovar la forza libera BG, perchè la forza
AG vinta dal piano in A si rimette un'altra volta al punto B,
e pel punto B invece delle due forze AH, BE si considerano le tre
agenti AH, AG portate in B, e BE. Ma quando la AG è vinta una
volta dal piano, come si può far rivivere in B?



Sia AB una verga senza massa, e in B vi sia una massa
inerte tirata dalla forza BO nella direzion della
verga. A questa verga siano applicate le braccia
AM, AN senza massa che poggino sui punti M, N
di due piani orizzontali MX, NZ, e in M, N siano due tacche scavate nel piani
cosicche la verga non possa scorrere orizzontalmente. In vece di applicare
BO a B la applico in AQ. Questo è lo stesso. Risolvo la AQ nelle due AR, AP
orizzontale, e verticale. Per ragion delle tacche in M, N la AR non produce alcun

6

12

n. 6

effetto, e resta la sola AF, che rappresento col peso P attaccato in F per
mezzo di un filo. Ora io domando, se il punto B si può muovere
verticalmente. A me par di no, perchè il peso P è sostenuto dalle
braccia che poggian sul piani, e non va esso trasportato al pu[nto]
B. Dunque la AG nella precedente figura quando è vinta
una volta dal piano non si dee far rivivere in B.
Io la supplico di esaminare attentamente questi miei paralogi[smi]
i quali han però la fortuna di salvarmi dall'assurdo della
velocità finita in A nel caso della verga verticale,
di avvertirmi dove è l'errore, mentre pregandola di
compatire la mia importunità, con pienissimo ossequio ho
l'onore di ripetermi

Di V. S. Ill.ma   Ferrara li 8 Febbraio 1781

Dev.mo Obbligatissimo Osseq.mo Serv.
G. Franco De Malfa[tti]

Illmo e Revmo Sigre Sigre Prone Colmo

Essendosi più volte lagnato il D. D. Fortunato Mandelli, che li Occhi andava sempre procrastinando di stampare i dottissimi Opuscoli Matematici di V. S. Illma e Revma, gli suggerj, che si potrebbero far imprimere nella Raccolta Ferrarese. Avendomeli adunque consegnati, gli spedj al Sig. Ab. Meloni, che pieno di giusta stima per Lei, e per la sua eccellenza nelle Matematiche Discipline, gli accettò con pienissima compiacenza. Con ciò mi sono pregiato di dare a Lei un attestato della mia divozione, e di cooperare al vantaggio del pubblico; onde così belle produzioni non restin più occulte.

Per servire il Sig. Cav. Onorio degnissimo suo Nipote, ho scritto subito al Sig. Ab. Nicolai Prof. di Analisi nell'Università di Padova, il quale così mi ha risposto.

Per quanta diligenza, e ricerca abbia fatta a questi nostri
» eruditi per dare a V. S. Illma qualche precisa notizia
» di ciò che mi ricerca; non posso altro dirle, che tutti li
» ho ritrovati in una assoluta oscurità intorno alla
» Commenda accennata. Il Sig. Ab. Gennari valente erudito
» specialmente delle cose Patrie, mi disse, che questa ad
» esso riesce affatto nuova. Soggiunse egli, che la stessa
» Famiglia Gervioni, che si suppone Padovana, non sa
» che ci sia, nè ci sia mai stata. Pensa egli, che si
» prenda

sbagli

La mi conservi la sua buona grazia, ed amicizia, e mi creda Di V. S. Illma Treviso 15. Feb. 1761

Illmo Sig. Pietro Giannini.
Segovia.

Affmo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

6 30

12

» preteso equivoco nel cognome; mentre qui non c'è
» che la Famiglia Corrioni, la qual è ridotta ad un solo
» Ab. infelicemente affatto fuor di senno. Non cesserò
» però d'informarmene, e trovando qualche lume,
» lo comunicherò tosto a V. S. Illma »

Sin qui il Sig. Ab. Nicolai. Se si sapesse il Notajo, che ha rogato l'Atto della fondazione, si potrebbe forse cercare negli Atti dello stesso Notajo dell'anno 1713. Io però altro sospetto, che sendoci qui una legge, che vieta la fondazione di nuove Commende; quando non se ne ottenga la permissione, che dee passare colle strettezze; questa permissione non si sia potuta impetrare, e la fondazione non si sia effettuata. Se la Commenda fosse stata realmente istituita, l'Ab. Gennari ne avrebbe certamente notizia, essendo egli rispettivamente a Padova quello ch'è in riguardo a Treviso il nostro Monsig.r Co. Canonico Avogaro. Se dal Sig. Ab. Nicolai riceverò qualche lume, non mancherò di comunicarglielo, e supplicandola de' miei complimenti al Sig. Cav. suo Nipote, pieno di stima, e di ossequio mi dichiaro

Di V. S. Illma e Revma

Treviso 9 Feb.o 1781

Illmo e Revmo Monsig.r Arcid.no Gio. Franco de Toschi di Fagnano. Sinigaglia.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Devmo Obbligmo Osseqmo Servo
G. Franco de Ma[...]

pregevoli.

Ella mi conservi la sua buona grazia, ed amicizia, e mi creda

Di V.S. Ill.ma

Treviso 15. Feb. 1761

Aff.mo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Pietro Giannini.
Segovia.

6 30

12

» sp

» cha

» ..

» j

»

Sm

Sa

Ill.mo
D.

Dev.mo Obblig.mo Osseq.mo Serv.re
G. Franco de Ma[illegible]

Nobile Sig.r Co: Ptrone

33

355

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo

31

Ho inteso con molto piacere, che sia stata aggregata all'Accademia Reale delle Scienze di Lisbona. Questa aggregazione giovera' molto alle nostre mire, ed avro' la cura di renderla nota al Mecenate. Sara' parimente utilissimo, che costi' si continui la stampa delle sue Opere Matematiche, e che compiuta che sia ne mandi qui per qualche opportuna occasione alcuni esemplari. Per la stampa del Trattato di Meccanica di mio Fratello non ho presentemente alcun incontro. L'Ab.e Ximenes tratta col Bindi di Siena, acciocché intraprenda l'edizione della mia Opera sopra il Contrappunto in due Tomi in quarto, ma non so se concluiderà. Nel Tomo XX del Giornale di Modena è uscita una mia Dissertazione, che tratta della Figura, e dello Spingimento degli Archi. Sono stati altresi' impressi in Venezia gli Elementi di Architettura del Sig. Francesco Maria Preti con una mia Prefazione. Era il Sig. Preti un eccellente Dilettante di Architettura, e questi suoi Elementi sono molto pregevoli.

Ella mi conservi la sua buona grazia, ed amicizia, e mi creda Di V.S. Ill.ma Treviso 15. Feb. 1781

Ill.mo Sig. Pietro Giannini.
Segovia.

Aff.mo Servitore ed Amico
Giordano Riccati

6 30

12

32

Nobile Sig.r Co: Arme 3 3

3 5

udvi

scatolo,

le cinquan

emendo

spedito

Mattia

inezia

avviso, et

ira, o se

mi fidati

indulle

in spal

mio sono

l'io le

a nelle

sanissimi

guardare

Servirò

nelli

6 30

12

5

5

Nobile Sig.r Co: Stimatis.mo

33

3 5?

Essendo nota a me, ed a miei Parrocchiani la di Lei bontà Nob. Sig.r Co:, e la premura, che ha sempre avuta per questa nostra Chiesa, così ci facciamo coraggio di pregarla a dare una passata alla qui unita scrittura spettante il nuovo organo, che abbiamo divisato di fare, non essendovi tra noi neppure uno, che sia intendente. Confidiamo molto nella onestà, e capacità del Sig.r Callido, ma se vi fosse che ricercargli di più, nol sappiamo, e perciò ci raccomandiamo alla sua assistenza per essere illuminati prima di firmar la scrittura. Sì fatta occasione ch'è a Lei di disturbo, è per me di onor sin: golare di raffermarmi con pienezza di rispetto, ed ossequio

Di Lei Nob. Sig.r Co:
Umilissimo Divmo Obbligmo Servitore
Domenico Arnogiotto

...nneo 29 Febbrajo 1783

e profondissimi. Il resto sempre colla più profondo ossequio profondo a riguardarmi

Di V. S. Ill.ma

Modena 20 Febbrajo 1783

Umil.mo Obblig.mo Servitore
Giuseppe Cortavelli

6 3 34

12

3 55

vedrà

avertendo,

le cinque

emenda

Capitolo

Mattia

inezie

avviso, at=

irà, o sia

me forbiti

l'intelle

in particolar

mio somma

h'io le

le molte

maniissime

e profondissime. Mi dico sempre col più rispettoso ossequio profondo e riguardo [illegible]

Di V. S. Illma

Modena 20 Febbrajo 1781

Umiliss.mo Obblig.mo Servitore
Giuseppe Compagnoni

6 3

12

5

5

5

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 37

Ill.mo Sig. Sig.re e Pron Col.mo 35

È uscito alla luce il tomo ventunesimo del Giornale, in cui V. S. Ill.ma vedrà stampato il suo Esame del sistema musico di M. Rameau. Un contrattempo, e una mala intelligenza ha fatto, che non possano stamparsi a parte le cinquanta copie di quella dissertazione, come Ella bramava. In compenso, o in emendazione dello sbaglio seguito, il Sig. Abate Tiraboschi mi commesse di spedirle tre copie dell'intero Tomo. Venerdì prossimo, cioè la vigilia di S. Mattia farò consegnare al Corriere l'involto, il quale perciò giungerà in Venezia lunedì, o martedì della ventura settimana. La prevengo con questo avviso, affinchè Ella possa farlo ricercare colà alla Corriera di Modena.

Ho indirizzato nel problema propostomi ma o sia la mia imperizia, e poca sagacità, o sia la difficoltà intrinseca della cosa, o l'una e l'altra insieme, come è più probabile, non mi è riuscito ancora di ~~[illegible]~~ stesso, nè far cosa degna d'esserle communicata. Non dispero però affatto di riuscirvi in qualche maniera in qualcuna delle sue ipotesi considerate da V. S. Ill.ma

Accuso poi la sua lettera dei 2 del passato inclusa, in cui veggio da lei con mio sommo piacere approvate, e confermate con nuove dimostrazioni le riflessioni, ch'io le communicai non senza qualche timore di sbaglio. Da qualche giorno ho nelle mani il libro del P. Fontana, il quale certo mi pare ripieno di cose ingegnosissime e profondissime. Resto sempre col più profondo ossequio professandole a riguardarmi

Di V. S. Ill.ma

Modena 20 Febbrajo 1781

Umil.mo Dev.mo Servitore
Giuseppe Conparelli

6 3

3 6

[illegible]

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 37

Al Nobile et Illmo Pron.^e Col.^{mo}
Il Sig.^r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

2

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo

Non essendosi potuta stampare per l'accidente accorso le 50. copie a parte del mio Esame del Sistema musico di M. Rameau, V.S. Ill.ma con somma gentilezza mi ha inviate tre copie dell'intero Tomo XXI. col mezzo del Sig. Ab. Contarelli, ed io non manco di protestarle la infinita mia obbligazioni. Le 50. copie a parte delle altre due susseguenti Dissertazioni ora si rendono inutili per il fine ch'io avea di formare delle tre Dissertazioni un tometto, e perciò la supplico a non ordinarne la stampa.

Le invio gli Estratti di due Operette, l'una del Co. Francesco mio Fratello, l'altra postuma di un mio Amico morto sei anni fa, bravissimo Dilettante di Architettura, che ho stimata degna di comparire alla pubblica luce, contenendosi in essa i fondamentali principj di una tal Arte, e potendo il suo studio formare un esatto Architetto. Se Ella gli inserirà nel Giornale, farà somma grazia al Fratello, ed a me, che mi pregerò sempre di essere quale con tutto l'ossequio mi dichiaro

Di V.S. Ill.ma

Ill.mo Sig. Co. Ab. Gi= Treviso 2. Marzo 1761
rolamo Tiraboschi. Modana.

Divot.mo Obb.mo Servitore
Giordano Riccati

Div.mo Obb.mo Oss.mo Servitore
[illegible]

Modana

Di V.S. molto Ill.re Dev.mo obl.mo servitore

Modena

Nobile Sig.r Co: Padrone 41

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo 39

Non ho mancato di servirla, ricuperando dal corriere di Modena l'indicato involto. A questo ho unito il tomo 7° della Raccolta opuscoli; e siccome nessuna opportuna occasione mi si è presentata, così io ho giudicato opportuno di spedirgli oggi il tutto per il corriere in un involto, diretto al di lei riverito. Nella ricupera dell'involto da Modena ho speso quattro soldi; sicchè in tutto Ella avrà la bontà di darmi credito di lire 2:4. Se in altro vaglio a servirla, con piena libertà mi comandi; mentre pieno di vera stima passo con tutto l'ossequio a protestarmi

Di V. S. Ill.ma

Venezia li 3 Marzo 1781

Umil.mo Dev.mo Obbl.mo Servitore
[illegible]

Modena

6

40

Nobile Sig.re Co: Padrone

41

Madama

21

Al Nos.ro [illegible] Fat.e [illegible]

il Sig. Girolamo [illegible]

[illegible] nome

vostro

Nobile Sig.r Co: Padrone

Ci professiamo moltissimo tenuti alla sua gentilezza Nob: Sig.r Co:, ed a norma de suoi suggerimenti ho già scritto al Sig.r Professor Callido, e per conto dal Tiraretto, e dal ribasso ancora dei Duc.ti 100 da me altra volta tentato. Con tutto il suo comodo mi spedirà lo schizzo dell' ossequiata sua indicazo e frattanto permettami che mi dia l'onor singolare di viepiù raffermarmi

Di Lei Nob. Sig.r Co:

Tranco 6 Marzo 1781

Umilissimo Dev.mo Obbl.mo Servitore
Domenico Farnagioro

chè col suo mezzo si può un avveduto formare
Ora non molto tempo avrò ancor io le Opere del S. Tosoana,
che studierò molto volontieri. Mi continui la sua preziosa
grazia, e mi creda Di V.S. Ill.ma Umil.mo Div.mo Servitore
Sig. Ab. Contavalli Treviso 9 Marzo 1781. Giordano Riccati
Modena

6 4-2

chè col suo mezzo si può un Architetto formare.

In non molto tempo avrò ancor io le Opere del S. Fontana, che studierò molto volontieri. Mi continui la sua preziosa grazia, e mi creda Di V.S. Illma Umil. Divot. Servitore magg. no

Sig. Ab. Camparelli Modena

Treviso 9 Marzo 1781. Giordano Riccati

4. 5

Errori corsi nella Dissertazione del Sig. C. Giordano Riccati Della Figura, e della Sfiancamento degli Archi nel Tomo XX. del Giornale.

4. 3

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

P.S. Le includo le correzioni degli errori corsi nella Dissertazione della Figura, e della Sfiancamento degli Archi contenuta nel Tomo XX. del Giornale.

Ho ricevute le tre copie del Tomo XXI. di cotesto Giornale speditemi cortesamente col mezzo di V.S. Illma dal Sig. Cav. Ab. Tiraboschi. Lo ho ringraziato di questo favore colla occasione, che gli ho spediti due Estratti da inserirsi nel Giornale. Io veramente desiderava, che si tirassero a parte 50. copie di ciascuna delle mie prime Acustiche Dissertazioni, per formarne un Tometto; ma non essendosi per gli accidenti occorsi ciò effettuato, l'assicuro che ho inteso quasi con totale indifferenza questo successo. Ho letto con infinito piacere la sua dottissima Lettera al Sig. Avvocato Cassiani, e non devo tralasciare di porgerle i miei ringraziamenti per la benignità colla quale in essa mi nomina.

Gli Estratti spediti al Sig. Ab. Tiraboschi appartengono a due Operette, una del Co. Francesco mio Fratello, colla quale impugna ~~tempio~~ il Filosofo Militare, l'altra di un mio Amico morto sei anni fa, che contiene gli Elementi dell'Architettura. Ho giudicato molto utile il pubblicarla; perché in essa si pongono in chiaro i principj fodamentali di una tal Arte, dimodoché col suo mezzo si può un Architetto formare. Fra non molto tempo avrò ancor io l'Opera del S. Fontana, che studierò molto volontieri. Mi continui la sua preziosa grazia, e mi creda Di V.S. Illma Umil. Divot. Servitore

Treviso 9 Marzo 1781. Giordano Riccati.

Sig. Ab. Comparelli
Modena

6

44.

Errori corsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati della Figura, e dello Sfiancamento degli Archi nel Tomo XX del Giornale.

6

Errori corsi nella Dissertazione del Sig. C. Giordano Riccati Della Figura, e dello Sfiancamento degli Archi nel Tom. XX del Giornale.

pag.	lin.	Errori	Correzioni
150.	4.	pensante	pesante
159.	1.	$(c+b+\frac{ax}{a})\,q$	$(c+b+\frac{bx}{a})\cdot q$
168.	21.	$b=y=x=s.$	$b=y=x=s$
172.	14.	$l(b+x+\sqrt{(bx+x^2)})$	$l(b+x+\sqrt{(2bx+x^2)})$
178.	5.	$\frac{0.4342943\ y}{l(b+x+\sqrt{(2bx+x^2)})+lb}$	$\frac{0.4342943\ y}{l(b+x+\sqrt{(2bx+x^2)})-lb}$
184.	9.	$\sqrt{3e^3b} < e$	$\sqrt{3e^3b} < e^2$
185.	5.	$\frac{-bay\cdot(e^2-y^2)}{c\cdot e^2-y^2)^{\frac{3}{2}}+e^3b}$	$\frac{-bay\cdot(e^2-y^2)}{c\cdot(e^2-y^2)^{\frac{3}{2}}+e^3b}$
185.	6.	$\frac{\sqrt{2bce}}{c+b}$	$\sqrt{(\frac{2bce}{c+b})}$
188.	12.	Seguo	Segno
188.	22.	la forza	la forze
196.	13	$\frac{bf^2}{(f^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$	$\frac{bf^3}{(f^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$
198.	13.	$c+\frac{bf^3}{(f^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{q^2}{2}$	$(c+\frac{bf^3}{(f^2-y^2)^{\frac{3}{2}}})\cdot\frac{q^2}{2}$
209	20.	senso	seno
210.	10.	$-(4f^2+4e^2)\cdot fy$	$(-4f^2+4e^2)\cdot fy$
210.	12.	$-(e^2+f^2)$	$(-e^2+f^2)$
211.	5.	$-(e^2+f^2)$	$(-e^2+f^2)$
213.	13	ADN	BDN
215.	5.	$(e^2=f^2)^2$	$(e^2+f^2)^2$
215.	9.	AC	Ac
220.	16.	$2be^3f^2\cdot(e^2-f^2+2fy)\cdot y$	$2be^3f^2\cdot(e^2-f^2+2fy)\cdot q$

46

6

pag.	lin.		
221.	7.	e dopo avere i necessarj	e dopo i necessarj
221	4.	$\sqrt{\left(\frac{4bca^3f^2v^3}{(a^2+f^2)^3 \cdot cv^3+ba^3}\right.}$	$\sqrt{\left(\frac{xx\,4bca^3f^2v^3}{(a^2+f^2)^2 \cdot (cv^3+ba^3)}\right.}$
221.	9.	$\frac{4b^2a^6f^2v^4\cdot((a^2+f^2)^2-4f^2v^2)}{(a^2+ba^2)^4\cdot(cv^3+ba^3)^2}$	$\frac{4b^2a^6f^2v^4\cdot((a^2+f^2)^2-4f^2v^2)}{(a^2+f^2)^4\cdot(cv^3+ba^3)^2}$
225.	4.	dimostrava	dimostrarò
225.	12.	$2ba^2f^2\cdot(a^2+f^2)$	$2ba^2f\cdot(a^2-f^2)$
229.	1.	$\frac{22}{7}$	$\frac{22}{7}f$
233.	14.	carcio	carchio
234.	9.	Ac	AC

. 1766: [illegible]

[illegible]

43

[illegible] che Cerrato [illegible] ci ... [illegible] [illegible] in questo [illegible], che [illegible] meno di pubblicar tutto ciò che appartiene a un uomo sì illustre, come è il S. Conte Giuliano, e [illegible] con cui egli ha [illegible] in scrivere e [illegible]. Non posso assicurare, che essi sieno inseriti nel T. XXII. che ora si stampa, perchè temo, che la materie per esso sia già più che bastante. Ma al più tardi saranno nel Tomo XXIII.

La prego de' miei più distinti rispetti al [illegible] S. Conte Canonico Avogadro. Io risponderò a una sua lettera per [illegible] settimana [illegible] che io un [illegible] al S. Conte [illegible] Turrecc avea [illegible] [illegible] Impresso de' Vescovi di Vercelli da [illegible], e [illegible] [illegible] mai [illegible] V.S. [illegible] Tesh. [illegible] più [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] dover. [illegible] qualche [illegible] si fosse perduta. [illegible] col più [illegible] rispetto.

[illegible]

Modena 13 [illegible] 1791

Dev.mo Obb.mo Servit.
Girolamo Tiraboschi

4 6

6 pag. lin.

221. 2. e dopo avere i necessarj — e dopo i necessarj

4 6

6 pag. 46 lin.

xxi. 2. e dopo avere i necessarj ... e dopo i necessarj

Al Nobil Uomo

Conte Giovanni [illegible]

[illegible]

Apportatore di questa mia sarà il giovane Salvari ch'ò avuto l'onore di presen:
tare a V.S. Ill.ma nello scorso Autunno, il quale approfittando della
buona stagione si porta costì onde esercitarsi sul Cembalo. A questo
oggetto io di nuovo lo raccomando a V.S. Ill.ma acciochè lo appoggi
a quel professore che stima più atto ad ammaestrarlo: egli à della
abilità naturale, e molto desiderio d'apprendere, onde mi lusingo che
non farà disonore al Maestro. Scusi la libertà che mi prendo
e col più divoto rispetto ò l'onore di segnarmi

Di V.S. Ill.ma

Di 15 Maggio 1781
Castel-franco

Div.mo Umil.mo Obb.mo Servitore
Francesco Trevisan

Ornatissimo Ill.mo Servitore
Sebastiano Coleti

6 pa 50

[illegible]

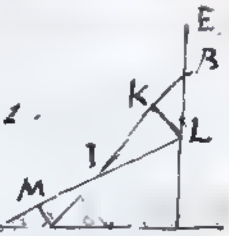
Dev.mo Obl.mo Servitore
Cassiano Poteri

6 pa

an

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo

Fig. 1.



… al piano orizzontale …

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

Quantunque la somma sia di poca rilevanza, nulladimeno non manco al mio dovere, avvisandole la ricevuta delle 2 … ch'ella mi doveva; e con ciò resta saldato il di lei conto. Ella si degni di me sempre in quello mi crede capace di servirla; mentre con tutto l'ossequio, passo a protestarmi

Di V.S. Ill.ma

Venezia li 16 Maggio 1781

Div.mo Obl.mo Servitore
Sebastiano Poletti

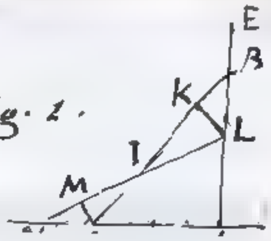
6 pa

1– na

5'12

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

Fig. 1.



... sul piano orizzon...

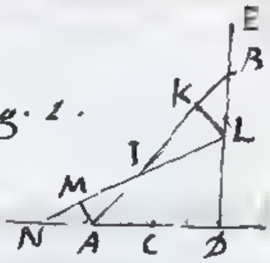
[illegible] Pmo

Il Sig. Giordano Co: Riccati

[illegible]

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo

Fig. 1.



Data la verga AB inclinata sul piano orizzontale AD, la qual abbia una massa inerte in B, ella cerca la forza da applicarsi in A orizzontalmente, acciocchè A discenda per AD colla legge della discesa libera prodotta da una forza verticale costante. Supponendo AB = a, DB = y, e chiamata b. la y, che corrisponde alla prima situazione della verga in C, ed f la forza orizzontale, perviene V. S. Illma alla formola $f = \frac{2a^2b - 3a^2y + y^3}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$, che secondo il mio parere non si accorda col vero.

Ecco qualmente da me si scioglie il mentovato Problema. Ritenute le stabilite denominazioni, sia CA = s, AN = ds, BL = −dy, e la massa del corpo B = m, a cui si agguaglierebbe la sua gravità, se per opera di questa discendesse per la verticale BD. Dovendo essere uguali le azioni della forza f, e della gravità m, avremo $fds = -mdy$. Col centro I, e coi raggi IL, IA si segnino gli archetti LK, AM, onde si determini BK = NM. La similitudine dei triangoli ABD, LBK; NLD, ANM mi somministra la analogia $AB : BD :: LB : BK = \frac{BD \cdot LB}{AB}$, $NL : ND :: AN : NM = \frac{ND \cdot AN}{NL}$. Essendo BK = NM, avremo $\frac{BD \cdot LB}{AB} = \frac{ND \cdot AN}{NL}$, e poichè AB = NL, ne dedurremo $\frac{BD \cdot LB}{ND} = AN$, e sostituiti i valori analitici $\frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = ds$. Avremo pertanto, surrogato in cambio di

mento, che abbiamo detto. Nè mi toglie da questo sospetto l'idea delle forze nascenti, che ella introduce. Queste forze nascenti in una corda elastica, che si stira, le intendo benissimo, non già nel caso nostro. Perchè o non vi sia in D forza preparata a crescere con alcuna data legge, o la forza applicata, che altrove sarebbe finita, sia in D = zero per me è lo stesso. Come potrò mai credere, che forza nulla

di ds lo scoperto valore, $\frac{-fydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = -mdy$, e conseguentemente $f = \frac{m\sqrt{(a^2-y^2)}}{y}$.

Se $y = a$, ne risulta $f = \frac{m.o}{a}$; ma ciò non ostante essendo $ds = \pm \frac{-ady}{0}$, ne proviene l'avere $fds = -mdy$, che non è nulla; ed il corpo m comincia a discendere.

E qui è da osservarsi, che quando la verga è situata verticalmente, e non vi sia la forza f, il corpo grave m non discende; perchè c'è una totale indifferenza, che il punto A si muova piuttosto per una direzione orizzontale, che per un'altra. Ma quando alla gravità del corpo m si sostituisca la forza nascente f, è determinata la sua direzione per DN, e perciò principia la discesa del corpo predetto.

Supponendo $y = b$, scopriremo $f = \frac{m\sqrt{(a^2-b^2)}}{b}$, e ci accorgeremo essere finito il valore di f.

Finalmente posta $y = 0$, diviene infinita la forza $f = \frac{ma}{0}$. In fatti nella nostra ipotesi abbiamo $ds = \frac{0.-dy}{a}$, cioè a dire ds nullo rispettivamente a $-dy$: ma l'accrescimento di forza viva nel corpo m esser dee uguale a quello, che produrrebbe una forza costante m, che agisse per lo spazio $-dy$; dunque per ottenere un pari effetto si richiede una forza infinita, che agisca per lo spazio infinitamente minore ds.

Nominate

Nominate u, v le velocità del punto A, e del corpo $B = m$, rettamente, da Lei si trova $u = \frac{y\sqrt{2}\sqrt{(b-y)}}{\sqrt{(a^2-y^2)}}$; $v = \sqrt{2}\sqrt{(b-y)}$, e posta $b = a$, $u = \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{a+y}}$; $v = \sqrt{2}\sqrt{(a-y)}$. In tale ipotesi se sia $y = a$, scoprasi $u = \sqrt{a}$, $v = 0$: se $y = \frac{1}{2}a$, $u = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$; $v = \sqrt{a}$: se $y = 0$, $u = 0$, $v = \sqrt{2a}$.
Si finga ora collocata in A una massa m', che spinta dalla forza f acquisti forza viva pari a quella, onde sarebbe fornito il corpo grave m, che discende per la verticale ED. Avremo dunque $\frac{m'u^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, e surrogati in cambio di u, v i loro valori $\frac{m'y^2(b-y)}{a^2-y^2} = m(b-y)$, e quindi $m' = \frac{m\cdot(a^2-y^2)}{y^2}$. Dalla supposizione di $y = a$ ne nasce $m' = 0$. Fatto per esempio $y = \frac{1}{2}a$, scopriremo $m' = 3m$; e quando $y = 0$, $m' = \frac{ma^2}{0} = m\cdot\infty$.
Fin qui Ella non trova difficoltà: ma qualora si cerca il moto della verga AB caricata da un grave $B = m$, qualunque sia la sua prima inclinazione sul piano, ne risultano le stesse velocità come nel primo Problema, e supposta verticale la prima posizione della verga, scappa fuori la velocità iniziale del punto $D = \sqrt{a}$, la quale non può esser prodotta da nessuna forza; perchè tutta la gravità della massa m posta in E vien sostenuta dal piano. Di sopra ho prevenuta questa obbiezione. Nel secondo problema non può cominciare il movimento nella verga verticale, a cagione che il punto D. ha una

mento che abbiamo detto. Nè mi toglie da questo sospetto l'idea delle forze nascenti, che Ella introduce. Queste forze nascenti in una corda elastica, che si stira, le intendo benissimo, non già nel caso nostro. Perchè o non vi sia in D forza preparata a crescere con alcuna data legge, o la forza applicata, che altrove sarebbe finita sia in $D =$ zero per me è lo stesso. Come potrò mai credere, che forza nulla

6 pa 56

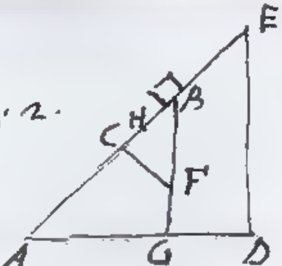
an

una perfetta indifferenza a muoversi per qualsivoglia direzione orizzontale: nel primo Problema l'indifferenza è vinta dalla stabilita direzione DA dalla forza vaste f, e perciò il moto si genera. Se nella prima posizione l'angolo acuto BAD sia prossimissimo al retto, resta determinata la direzione DA dal punto A ed il corpo pesante B discende colla legge dei gravi cadenti.

Cessi adunque il suo sospetto sull'applicazione del principio della conservazione della forza viva al caso delle pressioni dei piani. La pressione della verga sul piano è bilanciata dalla contrappressione del piano stesso, e non potendo queste due forze equilibrate esercitare veruna azione, si effettua la sola azione del peso m, e perciò a questa si eguaglia la forza viva della massa m. Ciò per altro è vero nella sola supposizione, che la verga ed il piano siano levigatissimi, onde tra la verga ed il piano non vi abbia alcun fregamento, il qual è proporzionale alla scabrosità della verga e del piano moltiplicata nella pressione dal piano stesso sofferta. Supposto il fregamento, dall'azione del grave m fa di uopo sottrarre la reazione del fregamento per avere la forza viva della massa.

Confermo questa certissima dottrina coll'esempio di un corpo grave, che discende per un piano inclinato

Fig. 2.



Il grave B discenda pel piano incli=nato EA. Il suo peso si esprima per la verticale BF, e questa forza risolvasi nelle due BC per la direzione del piano inclinato, e CF normale al piano suddetto. Egli è noto che le azioni delle due forze BF, BC per AG, AA sono eguali, e che per conseguenza il corpo B sol=lecitato dalla forza BC per lo spazio AA acquista quella stessa velocità, che avrebbe guadagnata se fosse stato stimolato dalla forza BF per lo spazio AG. Ciò addiviene, perchè la pressione CF sosta=nuta dal piano inclinato, che si suppone immobile, non può agire, siccome bilanciata dalla contrappressione del piano mentovato. Che se il corpo B, ed il piano EA non fossero per=fettissimamente levigati, allora dalla forza BC bisognerebbe sottrarre la resistenza CH del fregamento, ed il corpo B discenderebbe soltanto accelerato dalla forza residua AH. Vediamo tutto giorno, che spesso il fregamento impedisca la discesa di un corpo per un piano inclinato.

Il corpo grave B (Fig. 1.) discenderà per AL, quando nello stesso tempo il punto A scorra lo spazio AN. Il moto frattanto del punto suddetto non incontra resistenza per cagion della massa, che in A non c'è, e nemmeno per cagione della pressione; perchè questa sola

mento, che abbiamo detto. Nè mi toglie da questo sospetto l'idea delle forze nascenti, che ella introduce. Queste forze nascenti in una corda elastica, che si stira, le intendo benissimo, non già nel caso nostro. Perchè o non vi sia in D forza preparata a crescere con alcuna data legge, o la forza applicata, che altrove sarebbe finita, sia in D = zero per me è lo stesso. Come potrò mai credere, che forza nulla

sola quando è scompagnata dalla scabrosità della verga e del piano, non produca resistenza; dunque non incontrandosi reazione alcuna, tutta l'azione del peso m per lo spazio BL s'impiega ad accrescere la forza viva della massa $B=m$, la quale perciò discende colle leggi dei gravi cadenti.

Credo che queste riflessioni possano bastare per calmare i suoi dubbj, e per mettere in sicuro la conservazione della forza viva, quando non sia trasformata dalla resistenza. Le dimando scusa se ho tardato a rispondere, essendo stato occupato a distendere l'estratto di un'Opera, che ho spedito a Modena, la qual Opera utilissima benchè breve tratta degli Elementi dell'Architettura, e con pienissima stima, e rispetto mi confermo

Di V.S. Ill.ma

Treviso 16. Marzo 1741.

Ill.mo Sig.r Gianfrancesco de' Malfatti Modena

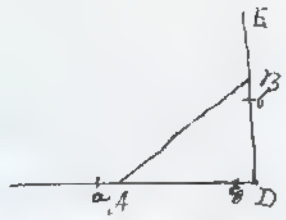
Devot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

mento, che abbiamo detto. Nè mi toglie da questo sospetto l'idea delle forze nascenti, che ella introduce. Queste forze nascenti in una corda elastica, che si stira, le intendo benissimo, non già nel caso nostro. Perchè o non vi sia in D forza preparata a crescere con alcuna data legge, o la forza applicata, che altrove sarebbe finita, sia in D = zero per me è lo stesso. Come potrò mai credere, che forza nulla

6 pa

n

Illmo Sig. Conte Prone Colmo 59



In risposta della pregiatissima di V. S. Illma, dico, che io avrò usata poca riflessione nello spiegarmi, quand'ella ha inteso, che colla equazione $f = \frac{2a^2b - 3a^2y + y^3}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$ abbia io voluto significare la forza acceleratrice totale necessaria al punto A della verga perchè B discenda colla legge de' gravi. Con quella formola si debbe intendere la forza acceleratrice competente ad A, perchè con moto libero acquistar possa le velocità determinate dal Problema mentre si muove in linea orizzontale seguitando la direzione della forza medesima, e mentre B con moto libero discendesse per BD colla legge della gravità naturale. Riduco la cosa all'indipendenza de' moti di A, e di B, e facendo astrazione dalla verga, considero questi moti come indotti da un'armonia leibniziana, e mi nascono le due equazioni $f \cdot Aa = udu$, $g \cdot Bb = VdV$, se u, V rappresentano le velocità di B e di A; e g sia la gravità terrestre, o qualunque altra potenza costante. Perciò appunto combiniamo tutti e due nel determinare le velocità u, V; ed è giustissima l'altra equazione da lei trovata $f = \frac{m\sqrt{a^2-y^2}}{y}$, finchè non è $y=a$, ove si esprima con f la forza motrice che si debbe applicare ad A, perchè la massa inerte in B discenda colla legge de' gravi suddetta. Ho aggiunto finchè non è $y=a$, perchè in tale ipotesi diventando $f = a$ zero vero, ed avendosi l'equazione $0 \cdot Dd = -mdy$, non potendo essere per se Dd che infinitamente piccolo in un primo tempicello dt, resta che sia anche $-mdy = 0$, cioè $-dy = 0$, il che vuol dire che dopo il primo tempicello dt, se la verga era prima in DE, sarà anche nella medesima situazione, cioè non succederà moto. Questo discorso potrà pure adattarsi a un secondo tempicello dt, a un terzo ecc.a Dunque moto non succederà mai, nè potrà applicarsi a D forza che sposti la verga DE in modo, che la massa b discenda con quel tal movimento che abbiamo detto. Nè mi toglie da questo sospetto l'idea delle forze nascenti, che ella introduce. Queste forze nascenti in una corda elastica, che si stira, le intendo benissimo, non già nel caso nostro. Perchè o non vi sia in D forza preparata a crescere con alcuna data legge, o la forza applicata, che altrove sarebbe finita, sia in D = zero per me è lo stesso. Come potrò mai credere, che forza nulla

6 pa

m

60

applicata in D sia causa che nasca nella massa inerte è quella medesima forza motrice finita, capace in un primo tempicello di fargli scorrere quello stesso spazietto, che passerebbe, quando è fosse grave, e potesse liberamente cadere. Questo sarebbe per me il maggior mistero, che possa avere la Geometria, in che io credo che non ve ne abbia nessuno.

V'è mai dubbio, che quando facciamo l'ipotesi di $y = a$, la formola $f' = \frac{m\sqrt{a^2-y^2}}{y}$ sia vera? Sono entrato in questo sospetto, perchè mi risulta molto di anal[...] nel problema della verga sul piano nella supposizione che tutto il movi[mento] abbia origine dalla gravità di E. Ella sa, e il ricorda ancora nella su[a] gentilissima, cui ora rispondo, che mi ha dato un gran fastidio quella [veloci]tà iniziale $u = \sqrt{a}$, la quale mi scappava fuori nell'ipotesi della verga in prima posizione verticale. Ora mi do l'onore di dirle, che sciogl[iendo] quel Problema coll'ipotesi de' due corpi in B e in A, e battendo le strade lunghe, ma forse più dirette, svanisce affatto quell'assurdo, e tutti gli a[ltri] che mi davan pena, risultando realmente pel caso d'un solo corpo e della verga verticale $u = 0$, come debb'essere. Senza mandarle mo[lti] fogli io non posso metterle sotto l'occhio il calcolo, che non è brev[e]. Le dirò solo, che il mio metodo mi conduce a una differenziale di [secon]do grado, e che le due costanti che si aggiungono nelle due integr[azioni] determinate a dovere fan tutto il giuoco. Trascriverò solo i risultati, dai quali ella vedrà tutto. Fatta $\frac{A+B}{B} = n$, la lunghezza della verga =

la pot. cost. = b la prima ordinata $y = b$; per la velocità di A diventa

$$u = \frac{naC\sqrt{na^2-y^2} - y\sqrt{2p \cdot na^2 \cdot \overline{b-y} - n^2a^2C^2}}{na\sqrt{na^2-y^2}}$$

; e per la velocità di B

$$V = \frac{\sqrt{2p \cdot \overline{b-y} \cdot n^2a^2 \cdot \overline{na^2-y^2}} - (n-1)\left(naC\sqrt{na^2-y^2} - y\sqrt{2p\,na^2 \cdot \overline{b-y} - n^2a^2C^2}\right)}{na\sqrt{na^2-y^2}}$$

ove C è una costante, il cui valore è dato da questa equazione $C = \frac{b\sqrt{\ldots}}{\ldots}$

cioè $C=0$, ma un tal zero, che non può trascurarsi, ove s'inducano nelle formole modificazioni tali, che facciano svanire i termini che le compongono. Vegiamo cosa accade, quando y è minor di b; allora è lecito di levar dalle formole tutti quei termini, ne' quali entra il C, e risulta

$$u=\frac{-y\sqrt{2p\cdot na^2\cdot(b-y)}}{na\sqrt{na^2-y^2}}\;;\quad V=\frac{\sqrt{2p\cdot(b-y)\cdot n^2a^2\cdot(na^2-y^2)-(n-1)\,y^2\times 2pna^2\,(b-y)}}{na\sqrt{na^2-y^2}}$$

che son quelle medesime, che ella ha trovato, e che si trovan da tutti col principio della conservazione delle forze vive. Nel caso dell'unico corpo B, diventa $n=1$, e le formole si cangiano in quest'altre, $u=\frac{-y\sqrt{2p\,(b-y)}}{\sqrt{a^2-y^2}}$; $V=\sqrt{2p\,(b-y)}$, ove se se si fa $b=a$, abbiamo $u=\frac{-y\sqrt{2p}}{\sqrt{a+y}}$, $V=\sqrt{2p\,(a-y)}$, e se si suppone la prima posizione verticale, cioè $y=a$, diventa bensì $V=0$, ma si fa $u=-\sqrt{pa}$, che è l'assurdo notato. Per togliere questo assurdo, ricorriamo alle formole generali, e introduciamo in esse il valore di C, risulta

$$u=\frac{b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\,\sqrt{na^2-y^2}-y\sqrt{2p\cdot na^2\cdot(b-y)}-2pb^2\cdot(b-b)}{na\sqrt{na^2-y^2}}$$

$$V=\frac{\sqrt{2p\cdot(b-y)\cdot n^2a^2\cdot(na^2-y^2)-(n-1)\left(b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\sqrt{na^2-y^2}-y\sqrt{2p\cdot na^2\cdot(b-y)}-2pb^2\cdot(b-b)\right)}}{na\sqrt{na^2-y^2}}$$

Questo è il caso in cui bisogna tener conto della costante C ove si faccia $y=b$, perchè tutti i termini de' numeratori delle due formole diventan nulli, e non v'è ragione di tener conto d'un sol termine o di due che diventan zero, trascurando gli altri. In tal caso le formole si cangiano in quest'altre

$$u=\frac{b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\,\sqrt{na^2-b^2}-b\sqrt{2p}\,\sqrt{na^2-b^2}\sqrt{b-b}}{na\sqrt{na^2-b^2}}=\frac{b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}-b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}}{na\text{ [illegible]}}$$

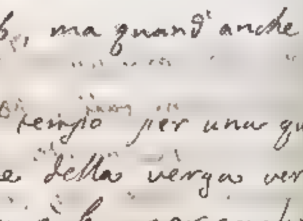
$$V=\frac{\sqrt{2p\cdot n^2a^2\,(b-b)\cdot(na^2-b^2)-(n-1)\left(b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\sqrt{na^2-b^2}-b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\sqrt{na^2-b^2}\right)^2}}{na\sqrt{na^2-b^2}}\text{, cioè}$$

$$V=\frac{\sqrt{2p\cdot n^2a^2\,(b-b)-(n-1)\left(b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}-b\sqrt{2p}\sqrt{b-b}\right)^2}}{na}.$$

Queste formole così ridotte,

non solo rendon nulle le velocità u, V, quando $y=b$, ma quand'anche b[illegible] e ciò nell'ipotesi o de' due corpi o d'un solo.

Anche quelli assurdi che nascevano dalla formola del tempo per una qua[illegible] que $y<a$, nella supposizione della prima posizione della verga vert[illegible] svaniscono affatto. Io provo, che se il primo y è b, per qualun[que] $y<b$ il tempo è finito, ma se il primo y è a, la formola p[er] qualunque $y<a$ mi dà un tempo infinito. È curioso questo [can]giamento, perchè tutto è ridotto a far rappresentare i tempi dalle aje DBO d'una curva assintotica.



Essendo $AB=b$, $AD=a$, quando la prima posizione della verga rende $y=b$, la curva è VHG, essendo BC l'assintoto, e la prima ajuola BGb, essendo Bb infinitesima, è parimente infinitesima.

Ma quando la prima posizione rende $y=a=AD$, la curva VH [illegible] VOE, e la prima ajuola DdE è finita, il che rende il tempo per [qua]lunque discesa DB finita, realmente infinito.

In altra occasione mi sono accorto, che certi termini, i quali diventan [illegible] non si devono trascurare, perchè possono figurare in alcune modi[fica]zioni del Problema. ed ho potuto fare questa riflessione su una dom[and]a fattami per lettera dal P. Fontana Professore a Pavia, che negli[gen]tando un zero, s'era trovato in un calcolo molto imbarazzata.

Io la prego nuovamente di volermi perdonare le mie importunità, e l[e] replico i miei ringraziamenti per la bontà che ha avuto di soddisfar[e] a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto

Di V. S. Ill.ma

Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitor[e]
Francesco de Maffei

Ill.mo Sig.r Sig.r P.ron Col.mo

Che dirà V.S. Ill.ma di me, che tanto tempo ho taciuto con Lei, avendo promesso di considerare le dottissime difficoltà da Lei promossemi intorno a ciò, che dissi, e pubblicai della proporzione Bernoulliana fra il diametro del circolo, e la circonferenza; e intorno ai logaritmi, e di significarLene poi ciò, che avessi inferito? Ma colpa di questo mio ritardo ne sono state la gravezza delle medesime difficoltà, e l'arduità della materia, nella quale uomini celebri, e per ogni riguardo distinti han fatto naufragio. Io l'assicuro, che nel tempo, il quale è passato, dacchè non Le ho scritto, sono stato applicato colla maggiore intensione dell'animo mio a queste materie, ma con una riuscita, di cui sento sommo rammarico, cioè di non poter unirmi con Lei nello stesso sentimento. Ciò non deve punto pregiudicarmi nell'animo suo di quella bontà, che ha avuta per me, e La supplico quanto più posso di non detrarmene la minima parte. Ascolti ella con pazienza quanto ho raccolto, e vada compatendo quegli errori, che non ho saputo discernere.

Non ristringerà il mio discorso nè sul dubbio, se nella nota equazione $\int \frac{a^2 dz}{aa+zz} = \frac{a}{2\sqrt{-1}} L \frac{a+z\sqrt{-1}}{a-z\sqrt{-1}}$ posta $z=0$ regga la conseguenza, che vuol inferirsi di $0 = \frac{a}{2\sqrt{-1}} L \frac{a}{a}$, nè su quello, se la frazione $\frac{a+z\sqrt{-1}}{a-z\sqrt{-1}}$ possa mai essere $=1$ sostituendo per z un valore reale, nè sull'equazione $\frac{a}{0} = \frac{a}{-0}$, onde possa prendersi indifferentemente una quantità per l'altra. Le ragioni, che ho potute a provare, che nulla di tutto ciò non può accadere, sembranmi così evidenti, che non ammettano alcun dubbio. Mi ristringerò a parlare della proporzionalità geometrica $1 : \sqrt{-1} : \sqrt{-1} : -1$, dalla quale vuol dedursi l'aritmetica

plenissime azioni di grazie e pel discorso inesorato, e pella disposizione d'incomodarsi degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Di Lei Ill.mo Sig.r Col.mo Umilissimo Divotissimo Obbligatissimo Servitore
Domenico [illegible]

[illegible] 30 marzo 17[illegible]

$L1 : L\sqrt{-1} :: L\sqrt{-1} : L-1$, ed inversamente $2L\sqrt{-1} = L-1$, talchè possa farsi $2L\sqrt{-1} = L\overline{\sqrt{-1}}^2$. In seguito proporrò alcune mie idee sopra i logaritmi, le quali mi è sembrato, che ne mettano in chiaro la difficilissima teoria, spogliandola da quelle tracce, che la rendeano troppo oscura, ed equivoca.

A tal obbiezione, che posto $1 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : -1$ sia ancora aritmeticamente $L1 : L\sqrt{-1} :: L\sqrt{-1} : L-1$, è necessario di riferire i termini della proporzionalità geometrica ad una quantità costante, ed invariabile, o sia ad una base logaritmica, altrimenti non ha luogo la proporzionalità aritmetica dei logaritmi, ed in questo tutti convengono. Ciò posto la proporzionalità $a : a\sqrt{-1} :: a\sqrt{-1} : -a$, la quale è la stessa di quella sopra, e fingendo una base $= e$, le rispettive potestà della quale uguaglino quei termini, come per esempio $e^y = a$, $e^x = a\sqrt{-1}$, cosicchè sia $e^y : e^x :: e^x : e^{2x-y}$, ritrovo $e^{2x-y} = -a$, ma dee pur essere $-e^y = -a$; dunque $e^{2x-y} = -e^y$, e per la dottrina de' logaritmi $2x-y = y$, cioè $x = y$; equazione la quale prescrive, che tutti i termini debbono esser uguali, lo che è impossibile nel caso addotto.

So che $1 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : -1$ è lo stesso, che $\overline{\sqrt{-1}}^0 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : \overline{\sqrt{-1}}^2$, lo che par, che ci somministri per quantità costante la quantità $= \sqrt{-1}$; ma mi rivolgo a osservare la proporzionalità aritmetica, che si ricava $L1 : L\sqrt{-1} :: L\sqrt{-1} : L-1$, la quale dà $L-(1^2) = 2L\sqrt{-1}$, ovvero $L-1 = L\sqrt{-1}$. Qui mi fermo, e attendo su questa equazione ecco quello, che inferisco.

replico ...
a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto
Di V.S. Ill.ma ... Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitore
G. Francesco de Malf[illegible]

Gli esponenti di una quantità costante, ed invariabile, ovvero della base logaritmica sono quelli, che chiamansi logaritmi delle potestà della medesima base, o de' numeri, ai quali elleno si uguagliano, purchè le potestà, o i numeri siano in ragione geometrica; dunque nella proposta proporzionalità i numeri -1, $\sqrt{-1}$ dipenderanno dalla stessa quantità costante, o base logaritmica; ma si ha $L-1 = L\sqrt{-1}$; dunque la stessa base con lo stesso esponente dovrà produrre il numero $= -1$, e il numero $= \sqrt{-1}$; questo è impossibile, dunque è impossibile tal equazione. Simili equazioni impossibili ci si presenteranno sempre calcolando a norma delle note regole i logaritmi di qualunque serie geometrica formata dalle potestà di una base immaginaria dotata di proto-numero reale. Questa riflessione mi fa dubitare, che non sia lecito di prendere per base logaritmica una quantità, le potestà della quale cambino natura, e che la base non solamente debba essere costante, e capace di dare qualunque numero, ma che debba mantener sempre la natura medesima. Mi è servito d'esempio la serie $a\overline{\sqrt{-1}}^{0}$, $a\overline{\sqrt{-1}}^{1}$, $a\overline{\sqrt{-1}}^{2}$, $a\overline{\sqrt{-1}}^{3}$ & ove compariscono potestà ora reali, ora immaginarie secondochè l'esponente è pari, o dispari delle quali potestà calcolando i logaritmi secondo le note regole bisogna cadere in equazioni dell'istesso genere dell'esposta. Son note le regole per calcolare i logaritmi spettanti ~~alle potestà~~ ad una base, le potestà della quale mai non mutino natura, vagliono esse ancora tali regole, quando la base sia bensì costante, ma che le sue potestà non mantengano sempre la natura medesima? O vagliono, o non vagliono. Se vagliono come può sussistere l'equazione $L\sqrt{-1} = L-1$?

pienissime azioni di grazie a pel [illegible] e pella disposizione d'incomodarla degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Di [illegible] Ill.mo Sig.r [illegible]

Umilissimo Divmo Ossequio Servitore
Domenico [illegible]

[illegible] 30 marzo 1767

Se non vagliono, nè meno la d.a equazione avrà da valere? Nè giova
il far uso di una base infinitiforme, perchè la sua natura infinitif[…]
non potrà far mai, che due numeri da essa dipendenti di natura diversa
abbiano lo stesso logaritmo, ovvero che la medesima base con uno stesso
esponente uguagli due numeri di natura affatto differente.
Mi si dirà forse, che queste mie ragioni riguardano l'equazione $L\sqrt{-1}=L-$[…]
non l'altra $2L\sqrt{-1}=L-1$; ma la prima è quella, che veramente si
ricava dalla proposta analogia di $1:\sqrt{-1}::\sqrt{-1}:-1$. Quindi non può
appoggiarsi l'altra come derivata dall'analogia medesima salvo il ca[…]
che si prenda $L\frac{1}{2}(-1^2) = L-1$; ed allora parimenti sarà lecito di
scrivere $2L\sqrt{-1} = L\frac{1}{2}(-1^2)$ invece di $2L\sqrt{-1}=L-1$, da che si ricaverà l'[…]
do notato sopra, e in tal guisa si avrà $2L\sqrt{-1}=L\sqrt{-1}$, che di nuovo ci port[…]
al d.o assurdo, e che contiene l'altro di dare il doppio uguale alla m[…]
A sostener vera l'equaz.e $2L\sqrt{-1}=L-1$ non mi persuade la maniera del P. [illegible]
e la ragione, ch'egli n'adduce, vale a dire, che al logaritmo di -1 corris-
pondono infiniti logaritmi immaginarj, tra quali avvi pure quello, che
uguaglia $2L\sqrt{-1}$. Ricavando egli i suoi logaritmi da una formola, che m[…]
sospetta, vale a dire dalla formola $\frac{a}{z\sqrt{-1}} L\frac{a+z\sqrt{-1}}{a-z\sqrt{-1}}$, da cui ricavasi post[…]
$z=0$, $a=1$ l'altra, secondo il P. [illegible] $\frac{1}{z\sqrt{-1}}L1 = mp$. intendendo p[…]
m un numero qualunque intero positivo, e negativo e per p. la semip[…]
feria del circolo, poco conto parmi di dover fare di una tal formola.
Oltre l'aver io già dimostrato, ch'essa ci conduce all'equaz.e $2L\sqrt{-1}=0$, e ch[…]

a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto
Di V.S. Ill.ma … Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitor
G. Francesco de Malfa[…]

per lui $2L\sqrt{-1} = L-1$ che viene $L-1 = 0$ onde ciò, ch'egli vuol provare, non posso comprendere come sia dimostrato la verità della d.a formola di $\frac{1}{2\sqrt{-1}} L1 = mp$. So, che corrisponde ad un medesimo seno, ad una medesima tangente una quantità infinita di archi circolari, ma non intendo, come da ciò abbia da seguirne necessariamente, che tutti questi archi tra loro altamente differentissimi debbano avere la stessa espressione per mezzo di $\frac{1}{2\sqrt{-1}} L1$. Qui ci vedo l'arbitrio, e la supposizione, non una necessaria conseguenza. [illegible] Io posso dimostrare mediante la d.a formola sua, che il Sig. Cesputi ha sbagliato nel battezzare per immaginari i logaritmi dei numeri negativi, posso dimostrare, che quegli stessi logaritmi, che corrispondono al numero positivo, corrispondono al numero negativo e farò un impasto dimostrativamente, da cui egli stesso, che l'ha fabbricato non saprà distrigarsene. Ma sarei troppo lungo a significare dettagliatamente gli assurdi, che da tal formola si ricavano, e meglio passerei ad un'altra formola, di cui è autore il grand Eulero: uomo grande uomo sommo nell'analisi particolarmente.

Ha ritrovato il Sig. Eulero, che al proto numero $= -1$ convengono i logaritmi $= p\sqrt{-1}$, $2p\sqrt{-1}$, $3p\sqrt{-1}$ &c. posto $p =$ alla metà della circonferenza di un circolo del raggio $= 1$. Se ciò è vero, e se può essere $L-1 = p\sqrt{-1}$, vero sarà ancora, che $L-1 : \sqrt{-1} :: p\sqrt{-1} : \sqrt{-1}$, ovvero, che $L-1 : \sqrt{-1} :: p : 1 :: 2p : 2$, lo che dimostrerebbe la ragione trovata dal Sig. Bernoulli tra la circonferenza, e il diametro del circolo, ovvero l'equazione $2L\sqrt{-1} = L-1$.

sincerissime azioni di grazie e pel dimostrato interesse, e pella disposizione d'incomodarlo degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Trento 30 marzo 1767

Di Lei Ill.mo Sig.r Sig.r

Umilissimo Divotissimo Obbligatissimo Servitore
Domenico Sangiorgio

Io non ho mai letto la memoria di cotesto celebre autore sopra questa materia, tuttavia attesa la formola, che il Sig.r Pasquich dà per ritrovare gli infiniti logaritmi, che ad un numero corrispondono, ho pensato, che il fondamento sopra cui si appoggia il Sig.r Eulero a ritrovare la sua formola, sia quello, che svolse il Capo VII del primo Tomo della sua introduzione all'analisi degli infiniti.

Posta la base logaritmica $= a$, essendo $a^0 = 1$, ne segue, che se l'esponente $= 0$ si accresca di una quantità infinitamente piccola, anche l'unità si accrescerà di una quantità infinitamente piccola. Sia dunque la quantità infinitamente piccola $= \omega$, di cui si accresca l'esponente $= 0$, onde sia $a^{\omega} = 1 + \psi$, sarà ancora ψ una quantità infinitamente piccola. Essa però sarà o uguale alla quantità ω o maggiore o minore di essa; lo che essendo indeterminato pongasi $\psi = K\omega$, si avrà $a^{\omega} = 1 + K\omega$, e per conseguenza $a^{i\omega} = \overline{1 + K\omega}^{\,i}$, ed $i\omega = L\overline{1 + K\omega}^{\,i}$. Posta $i = \infty$, facciasi $\overline{1 + K\omega}^{\,i} = x$, sarà $\omega = \frac{1}{K}\left(x^{\frac{1}{i}} - 1\right)$ ed $i\omega = \frac{i}{K}\left(x^{\frac{1}{i}} - 1\right)$. Finalmente sia $i\omega = y$, ed $\frac{1}{K} = v$, si ricaverà $\overline{\frac{y}{i} + v}^{\,i} - v^i x = 0$ formola Euleriana, che si propone, ed esprimente tutti i logaritmi, che convengono al numero $= x$, la quale assolvendosi in infiniti fattori, perciò la incognita y acquista infiniti valori, quali sono i ricercati logaritmi. Ed ecco, come io inverto la formola Euleriana.

Io non dubito, che una tal formola non somministri infiniti valori per $y = i\omega$: dubito, che essi possano prendersi tutti per logaritmi del num.o $= x$

replico [illegible]

a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto

Di V.S. Ill.ma [illegible] Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitore

D. Francesco dal Ma[illegible]

Imperocchè determinato che sia il numero, raccolgo dall'equazione $a^{i\omega} = \sqrt{1+K\omega^2} = x$, che cioè oltre ciò debb'essere il valore dell'esponente $= i\omega$ s'essi sieno più d'uno o saranno eguali, o disuguali. Se sono eguali la formola resta inutile. Se sono disuguali, allora la medesima base $= a$ con ciascuno degli esponenti trovati darà sempre eguale a sè il numero $= x$, che già si suppone determinato; ma impossibil cosa è, che la medesima quantità costante, ed invariabile con diversi esponenti produca lo stesso numero; dunque è impossibile, che infiniti logaritmi se siano disuguali fra loro, convengano allo stesso numero.

L'equazione $\sqrt{1+K\omega^2} = x$, la quale deesi fare secondo il Sig. Eulero, è tale, che somministra bensì infiniti valori per la quantità $= i\omega$, i quali vengono espressi per una funzione di x, ma essi a null'altro non servono, che a far vedere, che in tanti modi può aversi il numero $= x$ mediante la detta equazione quanti sono i valori di ω, ch'essa somministra; e non dimostra, che se nell'equazione $a^{i\omega} = x = \sqrt{1+K\omega^2}$ si determini il numero x, ciascun valore di ω ricavato dall'equaz. $\sqrt{1+K\omega^2} = x$ servirà a verificare l'equazione $a^{i\omega} = x$, come sarebbe necessario per conchiuder poi, che al numero determinato $= x$ corrispondono infiniti logaritmi.

Così posto $\sqrt{3}^{32} = 27 = \overline{1+z}^3$ ricavansi col metodo ordinario tre valori della incognita $= z$ dall'equazione $\overline{1+z}^3 = 27$, cioè $z = 2$, $z = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{-3}$, $z = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{-3}$: ma un solo di essi vale a dire $z = 2$ è quello che verifica l'equazione $\sqrt{3}^{32} = 27$. Gli altri servono a far vedere, che mediante la

pienissime azioni di grazie a quel Discorso ingegnoso, e della disposizione d'incontrarne degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Torino 30 marzo 1763

Di Lei Ill.mo Sig.r

Umilissimo Devmo Obbmo Servitore
Domenico [illegible]

formola $\overline{1+z}^3$, non mediante l'altra $\sqrt{3}^{32}$, però in due ultimi
avessi il numero ± 27. Ciascun valore adunque della quantità
ω, che si ricava dall'equazione $\overline{1+K\omega}^2 = x$ verificherà sempre
$\overline{1+K\omega}^2 = x$, ma non ciascuno dei dd. valori posto nella espressione
$a^{2\omega}$ verificherà necessariamente $a^{2\omega} = x$.
Il Sig. Eulero [ha] inventato la d.a formola, ed altri altre consimili
per provare, che ai numeri negativi corrispondono logaritmi
immaginarj. Ora geometricamente essendosi da vari chiarissimi
dimostrato, che i logaritmi de' numeri negativi sono gli stessi
dei logaritmi dei numeri positivi mediante la quadratura
delle iperbole opposte agli asintoti, parmi, che a quel, che
ho detto, e perciò, che da altri è stato dimostrato, si può
della servire la formola Euleriana. Ma perchè senza
tanti stenti non può servire la formola $\pm(a^{\pm y})$
posta la base logaritmica $= a$; le potestà della quale non in[...]
i suoi esponenti si prendono in senso positivo, e negativo? Che altro
sono i numeri, che qui si considerano se non le potestà [illegible]
di una quantità costante? Ma queste potestà e in senso positivo, e
senso negativo possono considerarsi; dunque possono i numeri
esprimersi per l'equaz.e $\pm(a^{\pm y}) = x$. E siccome non può negarsi
che l'equaz.e $+(a^{\pm y}) = x$ non somministri l'intero ramo della log-
aritmica rispetto ai numeri positivi, così è innegabile, che l'equaz.e $-(a^{\pm}$

replico i miei [illegible]
a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto
Di V.S. Ill.ma [illegible]   Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitor
Gio: Francesco de Matt[...]

non sminuisse quello de' numeri negativi eguale perfettamente al primo; e in tal caso il medesimo logaritmo servirà tanto al numero positivo, quanto al numero negativo.

In questo punto di vista contemplando la cosa, e tornando all'equazione Euleriana $a^{\omega}=1+K\omega$, ove $\omega=L\,\overline{1+K\omega}$, sarà ancora $-a^{\omega}=-(1+K\omega)$, ed $\omega=L-(\overline{1+K\omega})$. Parimenti essendo $a^{i\omega}=\overline{1+K\omega}^{2}$, ed $i\omega=L\,\overline{1+K\omega}^{2}$, sarà pure $-a^{i\omega}=-(\overline{1+K\omega}^{2})$, ed $i\omega=L-(\overline{1+K\omega}^{2})$, e però nella formola del Sig. Eulero si avrà generalmente $i\omega=L\pm(\overline{1+K\omega}^{2})$. Facciasi com'egli vuole $\overline{1+K\omega}^{2}=x$, siccome $\overline{1+K\omega}^{2}=\pm a^{i\omega}=x$, avrà x due valori uno positivo, l'altro negativo. Similmente essendo $x^{\frac{1}{2}}=a^{\omega}=1+K\omega$, ed $-(x^{\frac{1}{2}})=-(a^{\omega})=-(1+K\omega)$ avrà $x^{\frac{1}{2}}$ due valori, e pertanto $x^{\frac{1}{2}}=\pm(1+K\omega)$. Prendendo il segno superiore in quest'ultima equazione avrassi $\omega=\frac{1}{K}\cdot(x^{\frac{1}{2}}-1)$, cioè $i\omega=\frac{i}{K}\cdot(x^{\frac{1}{2}}-1)$. Prendendo il segno inferiore sarà $\omega=-\frac{1}{K}\cdot(x^{\frac{1}{2}}+1)$, ed $i\omega=-\frac{i}{K}\cdot(x^{\frac{1}{2}}+1)$. Facendosi ora $y=i\omega$, ed $\frac{1}{K}=v$, si otterrà per la prima ~~equazione~~ formola $\frac{y}{i}+v=vx^{\frac{1}{2}}$, e per la seconda nascerà $\frac{y}{i}+v=-vx^{\frac{1}{2}}$, ovvero in una sola formola $\frac{y}{i}+v=\pm vx^{\frac{1}{2}}$. Se prendendo il segno positivo stabiliscasi $x=1$, nascerà $y=0$, e se prendasi il segno negativo, e stabiliscasi $x=-1$ si avrà parimenti $y=0$, lo che dimostra corrispondere allo stesso numero positivo, e negativo il medesimo logaritmo, e competere al numero negativo (-1) un logaritmo reale, come al positivo contro ciò, che ha voluto provare il Dottissimo Sig. Eulero. Anzi dalla prima formola ottenendosi $\overline{\frac{y}{i}+v}^{2}=v^{2}x$, ed avendosi provato, che x ha due valori sarà generalmente $\overline{\frac{y}{i}+v}^{2}=\pm v^{2}x$; e questo che prova parimenti allo stesso numero positivo, e negativo corrispondere il medesimo logaritmo.

pienissima azione di grazie a pel Discorso inesercato, e nella disposizione di rinnovarne degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Livorno 30 marzo 1761

Di V.S. Ill.ma Sig.r P.ron

Umilissimo Divotissimo Obbligatissimo Servitore
Domenico Arnagiorno

6 72

15

Altre cose avrei da aggiugnere, ma io non voglio abusarmi della sua sofferenza. Credo le mie idee, nelle quali benchè mi sembrasse di trovar qualche lusinga da difendermi dalle dottissime di Lei difficoltà, pur non ho voluto fidarmi di me medesimo. Con ingenuità ho comunicate al Sr d'Alembert le obiezioni, che ho incontrate, ed altre ne ho aggiunte, che mi è parso potermisi fare, e l'ho pregato di dirmene a capo per capo il suo sentimento. Da un sì preciso dettaglio egli si è schermito e per l'avanzata sua età, che più non gli permette di attendere agli studj matematici, e (com'egli si esprime) par la crainte de dire quelque sottise nouvelle sur ce sujet. Si è compiaciuto nondimeno di compatire quanto ho fatto, come ella rileverà dal seguente tratto della sua risposta, di cui mi ha onorato

Quoique ~~malade~~ affoiblie, et presque epuisée par un travail de près de ~~soixante~~ ans ne me permette presque plus de me livrer aux études mathematiques (comme je viens de le dire avec douleur dans la preface des deux volumes, que je viens de publier en ce genre, et qui seront les derniers), j'ai cependant lu avec toute l'attention, dont je suis capable, le savant livre, que Mr du Theil m'a fait parvenir de votre part. Je l'ai trouvé plein de savoir, de sagacité, de finesse et de subtile metaphysique Geometrique. Mais il m'est impossible par la crainte de dire quelque sottise nouveau sur ce sujet, de porter sur vos reflexions savantes, et profondes ~~~

... a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto

Di VS Illma.

Ferrara li 20 Marzo 1781

Devmo Obbligmo Servitore
Gianfrancesco de Malfatti

Non ad altro fine mi sono indotto a trasmetterle questo tratto, che a mio dispetto, ed a scusa se non depongo come convinte di falsità le mie prime massime, le quali spero nondimeno, che coltivate da qualche ingegno più felice e fortunato, e più speculativo del mio potrebbero dar occasione di spargere con quell'agio, che io non ho, qualche nuova luce sopra questa importantissima, e spinosissima materia. Per questa speranza, che io nutro forse avverrà, che dato qualche miglior ordine alle accennate idee, io mi determini di darle alla pubblica luce. Ella si degni V. S. Ill.ma di compatirmi e di continuarmi l'onore della pregiatissima sua grazia, e d'impiegarmi in ubbidirla, che sono, e sarò sempre con tutto il più rispettoso ossequio, e colla maggiore venerazione, e riconoscenza

Di V. S. Ill.ma

P. S. Acui poso le mie suppliche, che piacendole di onorarmi di risposta faccia averla a mio fratello a Padova.

Roma 21 Marzo 1781

Umo, Divmo, Obblmo Servo
Petronio Ma. Caldani

pienissime azioni di grazie a pel discorso onoratomi e pella disposizione d'onorarmene degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Di Lei Ill.mo Sig.r

[illegible] 30 marzo 1761

Umilissimo Divmo Obblmo Servitore
Domenico Arrigiorro

6 74

17

a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto

Di V.S. Ill.ma

Ferrara, li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitore
G.Francesco de Mal[illegible]

pienissime azioni di grazie a pel dono inestimabile, e
pella disposizione di rimeritarle dagli altri, occorrendo;
gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Franco 30 marzo 1767

Di V.S. Ill.ma Sig.r Co.e
Umilissimo Devotissimo Obbligatissimo Servitore
Domenico [illegible]

6

17

a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto

Di V.S. Ill.ma

Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitore Fra

G.Francesco de Ma

pienissime azioni di grazie a pel dovuto incontro, e
pella disposizione d'incontrarle dagli altri, occorrendo;
gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare
Di Lei Ill.mo Sig.r C.e
Umilissimo Div.mo Obblig.mo Servitore
Domenico Arnaggioro

Franco 30 marzo 1767

6

a tutte le mie interrogazioni. E con pienissimo rispetto mi protesto
Di V.S. Ill.ma

Ferrara li 20 Marzo 1781

Dev.mo Obblig.mo Servitore
G. Francesco de Maffei

Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Col.mo

Nobile Sig.r Co: Prone

Il Disegno favoritomi da Lei Nob: Sig.r Co: lo consegnai tosto al Sig.r Giuseppe Toccini, acciò ne facesse quell'uso, che conveniva; sappia intanto, che l'autorevole suo giudizio intorno alla scrittura e prezzo dell'Organo ci portò qualche giovamento, mentre in virtù di questo regolò il Sig.r Callido la scrittura ponendovi il Tira-tutti, e ribassò il prezzo di Ducati cento; con patto però, che a noi resti il peso di mantenerlo unitamente a due Uomini di Cibaria, ed Alloggio per tutto quel tempo che impiegherà nel metter l'Organo a suo nicchio. al che non eravamo obbligati colla prima scrittura. Per non tirar altro in lungo l'abbiam sottoscritta, e così il contratto è conchiuso.

Ma poi resta un vero debito di render alla di Lei gentilezza pienissime azioni di grazie e pel disturbo incontrato, e pella disposizione d'incontrarne degli altri, occorrendo; gloriandomi frattanto di potermi rispettosamente chiamare

Di Lei Nob. Sig.r Co:

…rano 30 Marzo 1767

Umilissimo Divoto Servitore
Domenico Sangiorgio

6

> 6

[illegible]

[illegible]

Ill.mo Sig.r Sig.r Prõn Col.mo

6

76

Ill:mo Sig:r Sig:r Prone Colmo

Mi rallegro con V. S. Ill.ma per la Dissertazione impres sa nel Giornale di Modena rapporto alla Figura e allo sfiancamento degli Archi. In vero questa teoria tanto utile, ed in generale l'Architettura tanto Civile come la Militare, non sono state coltivate come meritavano di essere dai Mattematici. Ho letto nel Giornale dei Savj di Parigi, che M. Bossut stampò ultimamente una bella Opera concernente la predetta teoria degli archi. Godo ancora che sieno stati publicati in Venezia li Elementi di Architettura del Sig.r Francesco Maria Preti, il pregio dei quali si manifesta dall'essersi Ella degnata di fare ai medesimi la Prefazione.

Non è a mia notizia, che il Colonnello Lorgna habbia stampato il Corso di Artiglieria, che regolarmente

intavamente: ma gli attacchi sono troppo frequenti. Ella mi conservi la grazia sua, e mi continui li onore de' pregiatissimi suoi comandi, onde sempre più mi faccia conoscere

Di V. S. Molto Rev.da

Treviso 5. Aprile 1761

Dev.mo Obblig.mo Servitore
Giordano Riccati

Molto Rev.do S. D. Giov-Maria Polinì. Padova

> 48

> 6

darà ai Cadetti di Artiglieria: onde stimerei assai che V.S. Ill.ma mi facesse copiare unicamente il predetto Trattato, e me lo mandasse per il Procaccia di Firenze, che passa ogni settimana à Venezia, con la solita direzione al Marchese Silva di Livorno. Nel medesimo tempo si degni di avvisarmi la spesa dell'amanuense, acciò la possa rimborzare.

La ringrazio vivamente dei nuovi passi che farà col noto Mecenate à mio favore; e tosto che sarà impresso il secondo Tomo del mio Corso Mattematico, manderò à V.S. Ill.ma alcuni Esemplari de due Tomi assieme con altra Operetta che ultimamente ho stampato in questa Città: e frattanto resto con tutto l'animo

Di V.S. Ill.ma

Segovia ... Marzo 1781

Aff.mo Ser.re ed Amico
Pietro Giannini

sempre intero
79

ricordato di
a ... stalfranco,
...vanza, che ha
...sione che mio
...franco, ha supplito
...za desiderata,
...vegliata col

...ritettura dal
...ente mass=
i Principj
...guizione dei
... Architetto.
...ante di
sommamente,
mettasi

interamente: ma gli attacchi sono rozzi e frequenti.
Ella mi conservi la grazia sua, e mi continui l'onore
de' pregiatissimi suoi comandi, onde sempre più
mi faccia conoscere Di V. R. Molto Reverenda

Molto Revdo S. D. Giov-Maria Trevisa 5. Aple 1741
Polini. Padova Divotmo Obblmo Servitore
Giordano Riccati

All'Ill.mo sig.r sig.r Prone Col.mo
Il sig.r Conte Giordano ccati

4

Treviso

2.

7

darà
chi d.
Trat
che p
rezi
mio Tempo
ze, accio
la ringra
il not. M
pres
man
zien
in qu

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo

...mi mi hanno tolto il piacere ... nel tempo ...

Molto Rendo Sre Sig.ra Sig.ra Prona Colmo

Nel passato autunno per dir il vero io mi sono scordato di cercare, se fra varie stampe, che tengo a Castelfranco, ci fosse una copia della Raccolta di Firenze, che ha terminato col primo Tomo. Colli occasione che mio Nipote è stato ultimamente a Castelfranco, ha supplito alla mia mancanza, e trovata la copia desiderata, me l'ha portata, ed io mi do l'onore di spedirgliela col mezzo del Sig. Ab. Antonelli.

Suppongo che avrà letto gli Elementi di Architettura del Sig. Francesco Maria Preti, i quali certamente meritavano di essere pubblicati, contenendo i Principj fondamentali di quest' Arte, senza la cognizione dei quali non può chi che sia divenir perfetto Architetto.

La supplico a darmi notizia dello stato presente di salute del Ch. P. Valsecchi, desiderando sommamente, che il miglioramento continui, e che si mettesse interamente: ma gli attacchi sono troppo frequenti.

Ella mi conservi la grazia sua, e mi continui l'onore de' pregiatissimi suoi comandi, onde sempre più mi faccia conoscere

Di V. R. Molto Renda

Treviso 5. Aple 1741

Divot.mo Obblmo Servitore

Giordano Riccati

Molto Rendo P. D. Giov-Maria Bolina: Padova

> 46

6

60

Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo

...ini mi hanno tolto il piacere, e nel tempo istesso

e, con
ime
o ben
ista
ia.
idere
o vero
luogo
=mudo
lla ed.
molta
enza
rita
rore,
e una
o, vie
e ne=
va dalla
nente,
la
e, come
loro
ore
Sig.
mo
ene
. Da
camen
tratt
quilia
o qua
rre
libri
vera
loro,
una
in con
ri qua
Sigri
di gra
nti
come
curin

6

> 46

46

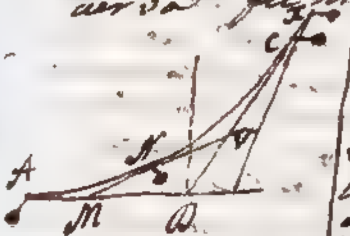
Illmo Sig.re Sig.re Prone Colmo

Diverse occupazioni mi hanno tolto il piacere, e nel tempo istesso mi hanno fatto mancare alle buone leggi del dovere, con prolungare fino ad ora il rispondere a due gentilissime ed ingegnosissime lettere di V. S. Illma. La cui a me ben nota bontà ripromettendomi un facile perdono, a questa affidandomi entrerò senza ulteriori scuse in materia. La formola $fds - f'ds' \cdot t = mdu^2 + m'du'^2$, quale a mio credere si dovrebbe mutare in $fds - f'ds' \cdot t = mudu + m'u'du'$, overo in $fdds - f'dds' = mdu^2 + m'du'^2$ ha senza contrasto luogo in natura: ma siccome deriva dalla formola $fdt = mdu$ non costando ad questa sia una legge necessaria della natura; la legge dell' equilibrio dedotta da questa formola potrà essere legge ipoteticamente, e non assolutamente vera. Daniele Bernoulli in una memoria inscritta nel primo tomo dell' Ac: Petropolitana, per dimostrare, che due forze congiunte ad angolo, equivalgono ad una forza espressa per la diagonale del parallelogrammo, si allontanò dalla commune dimostrazione, per il solo motivo, che non essendo a noi nota l'intima natura della forza, non possiamo essere certi, se necessariamente sia $\frac{f}{m}t = u$; o vero essendo i tempi eguali, essere le forze acceleratrici come le velocità, più tosto che, come una funzione qualunque delle velocità. L'Eulero si è impegnato nella sua Mecanica a dimostrare la necessità della formola $\frac{f}{m}dt = du$: ma il Sig. d'Alembert nella sua Dinamica, e nel sesto Tomo de' suoi opuscoli matematici pa: (373) non conviene su la verità metafisica del principio $\frac{f}{m}dt = du$. Ma qualunque porre però sia la ragione, è metafisicamente, e necessariamente vero, che due forze diametralmente opposte ed eguali, devono tra di loro equilibrarsi; o siano come le semplici velocità, o come qualunque funzione delle istesse velocità. Il dedurre adunque da questo principio la legge dell' equilibrio, sarà lo stesso, che dimostrarla necessariamente vera, qualunque sia il rapporto delle forze tra di loro, respettivamente alle velocità.

Ben comprendo che se si suppone la natura di una curva espressa da $y = l\,a+x+\sqrt{2ax+x^2}$, ne verrà in conseguenza, che condotte due tangenti, a due punti qualunque della curva, e per il punto di concorso delle tangenti eccitata una normale, si ritroverà il centro di gravità della porzione di curva compresa tra le tangenti in qualunque punto dell' eccitata normale: ma siccome il Problema dato, è di determinare la natura della curva

Notis. pro. Francesco de [illegible]

uniformemente pesante, i di cui elementi siano equilibra
non sembra, che nella investigazione di questa curva
nella soluzione del Problema si possa supporre la
proporzione $a : s = dy : dx$, quale già suppone che
normale condotta dal punto di concorso delle tan
si ritrovi il centro di gravità della compresa porzione
di curva; mentre con ciò nel determinare l'equazi
della curva si verrebbe a supporre ciò, che im
diatamente deriva dalla stessa equazione. Per t
gliere questi inconvenienti, e senza eccezione risolver
il Problema, a me sembra si debba prima premett
non intendersi altro per la curva ricercata, che la
curva funicularia ABC, quale evidentemente deve



sare i due sostegni C ed A secondo la di
ne delle tangenti CD, AD, o se due ele
in A, C: onde se ai due sostegni A, C si
sostituiscano due forze, quali operino secon
la direzione delle tangenti CD, AD; la
funicularia ABC, dovrà come per mezzo
sostegni rimanere equilibrata: onde di necessità dovr
avere il centro di gravità nella normale DB con
per il punto di concorso delle tangenti. In secondo luo
qualunque punto N compreso tra i due estremi, e sos
tra i punti C ed A deve essere spinto all'in giù da
della porzione di curva AN per la direzione della
gente NM ugualmente, che all'in su per la direz
della prodotta tangente NT dal peso della rimanen
porzione NC: mentre se ciò non fosse non potreb
il punto N rimanere in perfetta quiete, onde
l'ipotesi equilibrata non sarebbe tra i due sost
la curva ANC. Se adunque si ponga in un punto
inferiore a C un sostegno; o verso in un punto
periore della stessa curva continuata ANCX; il
gno in A sarà sempre ugualmente gravato: onde se
supponga il sostegno in A gravato per una direzione
orizzontale, sarà dimostrata la proporzione $a : s =$ d
Queste riflessioni al mio credere dimostrano ancora, che se
i punti della porzione AN gravati fossero da una for
costante G, ed i punti della porzione NC da una diver
costante forza Q, e così successivamente diversa
costante fosse la forza de' punti della porzione C
ciò non ostante la fune ANCX si incurverebbe in
curva continuata, nella quale si verificarebbe an
la proporzione $a : s = dy : dx$; onde la curvatura
sarebbe diversa dalla curvatura della funicularia.
che qui merita riflessione, è la facilità sorprendente
cui data la curvatura di una fune sostenuta da'

sostegni si può con l'ajuto dell'esposta proporzione determinare la legge della gravità. Così se si supponga essere parabolica la curvatura di una fune pendente da due sostegni, come erroneamente credette Galileo, si avrà la proporzione $a:s = dy:dx$: con questo però, che riprovendendo s il peso della curva, e la sua lunghezza si dica la gravità corrispondente in questa lunghezza s, il chiamiamo g, sarà il peso espresso dall'integrale di gds, o vero da $\int gds$: onde otterremo $\int gds = \frac{adx}{dy}$. quindi supponendo dx costante, sarà $gds = -\frac{addy \cdot dx}{dy^2}$: ma nella parabola si trova $ddy = \frac{-pdx^2}{\sqrt{px} \cdot 4x}$, $ds = \frac{\sqrt{4px+p^2} \cdot dx}{2\sqrt{px}}$, $dy^2 = \frac{pdx^2}{4x}$; essendo p il parametro: dunque $gds = \frac{g\sqrt{4px+p^2} \cdot dx}{2\sqrt{px}} = \frac{adx}{\sqrt{px}}$: onde $g = \frac{2a}{\sqrt{4px+p^2}}$, e $\int gds = \frac{2a\sqrt{x}}{\sqrt{p}}$: quindi nella presente ipotesi i pesi non saranno come la lunghezza della incurvata fune, ma bensì come le ordinate della curva parabolica, nella quale la fune stessa si incurva.

Riflettendo all'equazione $y = \sqrt{a+x+\sqrt{2ax+x^2}}$, conosco aver preso equivoco nel dire, che se x è infinitesima debba essere $\sqrt{2ax}$ quantità finita; mentre da una infinitesima moltiplicata per una infinitesima dovendo nascere un'infinitesima di secondo ordine, essendo x infinitesima, è chiaro non poter essere $\sqrt{2ax}$ infinitesima dello stesso ordine, mentre contro le ipotesi sarebbe allora $2ax$ infinitesima di secondo ordine. Siccome però da una quantità finita moltiplicata per il stesso non può nascere, che una quantità finita, è chiaro pur anche, che supposta $\sqrt{2ax}$ quantità finita sarà anche $2ax$ finita, contro le ipotesi. Parlando dunque accuratamente, e supponendo x infinitesima, $\sqrt{2ax}$ non sarà nè finita, nè infinitesima: ma in vigore della proporzione $x:\sqrt{2ax} = \sqrt{2ax}:2a$, sarà una quantità tanto distante dalla finita quantità $2a$, quanto dall'infinitesima x. Rappresentando $\sqrt{2ax}$ questa media quantità, rimane sempre a vedere, se si possa con tutta esattezza supporre $2a+\sqrt{2ax} = \sqrt{2ax}$.

La difficoltà quale si incontra nel determinare il moto di un solido immerso in un fluido si riduce a determinare la forza acceleratrice con la quale il solido discende. Essendo le quantità di materia proporzionali ai pesi, ella esprime la forza acceleratrice del solido m discendente per $\frac{m-n}{m+hn}$; rappresentando n la mole del fluido uguale:

6

4.a alla mole del solido, ed h è un numero finito. In fa[tti]
supponendosi cilindrico il solido discendente, e che la
sia alla base della corteccia cilindrica di flui[do]
ascendente come h:1; dovendo, come ben si dimostra a
par. 10, per altezza di questa corteccia uguagliare
altezza del solido, sarà la quantità di fluido
scendente uguale ad $\frac{n}{h}$, e la velocità di quel
gravato fluido alla velocità del solido ascendente
come h:1; essendo necessario, come ella pretende
che l'acqua ascendente riempia il vuoto, quale la
scierebbe il solido discendente. Se adunque si con
pirà un vette mobile intorno ad un qualche pu[nto]
così che sia la distanza del peso m alla distanza
del peso $\frac{n}{h}$ = 1:h, discenderà il peso m con una for[za]
acceleratrice uguale alla forza con la quale des[cende il soli]
do per entro il fluido, dovendo sì nell'uno che nell'al[tro]
caso, lo istesso peso m sollevare con la istessa velo[cità]
il peso uguale ad $\frac{n}{h}$: ma come è facile a determinar[e]
nel supposto vette la forza acceleratrice del pe[so]
m è $\frac{m-n}{m+hn}$: dunque sembrò, che questa pur anche
dovesse essere la forza acceleratrice del solido im[merso]
nel fluido. Riflettendo che allorchè il peso m di[scen]
do solleva bensì una quantità di fluido $\frac{n}{h}$, ma
più il peso di questo fluido essendo le parti
[illegible] dentro lo stesso fluido tutte equilibrate, e co[me]
prive di gravità, ho voluto esaminare per mezzo del
supposto vette, qual fosse la forza acceleratrice
solido m, il di cui peso essendo m-n, dovesse nella
distanza h dal fulcro sollevare una quantità [di ma]
teria $\frac{n}{h}$ priva di gravità e soltanto inerte, e
similmente ritrovato essere la forza acceleratrice
di questo solido $\frac{m-n}{m+hn}$. Nel calcolare questa for[za]
acceleratrice, una delle primarie supposizioni è
il fluido cacciato di sotto vada a riempire
spazio al di sopra; ma come ciò possa succedere
non vedo. Se il solido si concepisca istantaneamente
tolto, le parti del fluido, quali erano in contatto
la superficie superiore del solido, discenderebbero
una forza acceleratrice maggiore della forza
con la quale il solido discende dentro il fluido
queste istesse parti, non potranno mai abbandonare
superficie superiore del solido descendente, e rimarr[anno]

46

così dirò in [illegible], per cedere luogo alle parti di fluido ascendente. Saggiamente riflette al para: 16, che essendo mini la massa fluida $\frac{n}{h}$, onde h infinita, sarà $\frac{m-n}{m+hn}$ infinitesima, onde il corpo m in tempo finito non acquisterebbe che una velocità infinitesima: ma ciò posto sia un vaso cilindrico ripieno di fluido sottilissimo, ed il solido immerso m cilindrico abbia una base quanto mai prossima alla base del vaso, così che tra il vaso ed il solido immerso non vi sia che una quanto mai piccola quantità di fluido. Per le cose già dette questo sottilissimo velo, o questa corteccia cilindrica di fluido sarà necessariamente quella quantità costretta a salire nel descendere che fa il solido m; onde la quantità $\frac{n}{h}$ di fluido ascendente nel presente caso, sarà una quantità minima di fluido, e però h infinitesima. La forza accelleratrice adunque del solido m sarà minima; quindi lo stesso solido non potrà in tempo finito acquistare che una velocità minima, il che è contrario alle esperienze, mentre per quanto sottile sia il velo di fluido contenuto tra il vaso e il cilindro descendente, acquista sempre il corpo nel suo descendere una velocità finita in tempo finito, e all'apparenza discende come se il [illegible] fosse di qualunque grandezza. Per rendere più sensibile questa difficoltà suppongo un vaso cilindrico ripieno di fluido la di cui base sia quadrupla della base del solido cilindrico descendente, ed in oltre suppongo la base della corteccia cilindrica ascendente $= \frac{100000}{61794}$, overo $h = \frac{61794}{100000}$, come si dimostra al paragrafo (50). Sia il solido m di piombo, ed il fluido acqua, essendo la gravità specifica dell'acqua alla gravità specifica del piombo come 7 : 80: supponendo la forza naturale di gravità = 1 sarà la forza di gravità con la quale incomincia il cilindro m a descendere $= \frac{m-n}{m+hn}$ = all'incirca $\frac{73}{84}$. Si concepisca ora lo stesso solido m immerso nell'acqua in un vaso cilindrico la di cui base sia a quella del solido m come [redacted] $1+\frac{1}{10} : 1$. Da questa supposizione è certo, che la base della corteccia cilindrica di fluido ascendente non sarà che $\frac{1}{10}$; onde $h = 10$, e la forza con la quale incomincerà il solido a descendere $= \frac{73}{150}$. Sensibilissima dunque dovrebbe essere la differenza con la quale quel solido descenderebbe nei due proposti casi, il che è immediatamente contrario alle esperienze, la quale non ci manifesta alcuna sensibile differenza. Aggiungerò a tutto ciò, che se Guido Grandi

6

nel 1714 ha stabilita la forza accelleratrice con
quale il solido immerso in un fluido discende, no
è stato certamente il primo, mentre nell' atti di Lip
sia li An: 1712 o come si può rincontrare nel pri
Tom: Pa: 511 delle opere di Giovanni Bernoulli, si tro
stabilita la forza accelleratrice con la quale un
dolo oscilla in un fluido. Siando questo chiarissimo
metro dunque, se la gravità specifica del pendolo
alla gravità specifica dell' acqua come c:a, sarà il
mero delle oscillazioni dentro l'acqua al numero de
oscillazioni fatte al di fuori in tempo uguale
$\sqrt{c-a} : \sqrt{c}$: onde essendo il numero delle oscillazioni
in ragione suddupplicata delle forze accelleratrici
rà conforme al sentimento di Grandi la forza
accelleratrice del pendolo immerso nell' acqua, al
forza accelleratrice fuori del fluido come c-a : c
favore di questo suo principio adduce Bernoulli
esperienza tentata da De la Hirio, e riferita nell' a
della Accademia delle Scienze An: 1703. Secondo quest'
esperienza un globo di piombo avente cinque lon
pso in un minuto di tempo fece 120 oscillazioni, e
merso nell' acqua nel tempo istesso fece 114 oscilla
Questa esperienza è decisiva al sommo in favore
Grandi; poichè, essendo la gravità del globo di piombo
aria, alla gravità nell' acqua come 80:73, il nu
ro delle oscillazioni fatte nel tempo istesso, secondo
sentimento di Bernoulli, e di Grandi devono essere
come $\sqrt{80} : \sqrt{73} = 120 : 114\frac{2}{3}$. Io sono persuaso, che
ogni esattezza si possa determinare la forza a
lerattrice dalla quale è sollecitato un solido imm
in un fluido per mezzo di un pendolo oscillante
sì ad un pendolo il mezzo resiste in ragione dupl
delle velocità, e le oscillazioni siano brevissime, qu
si faranno nel tempo istesso, che si farebbero in u
mezzo non resistente, come ha dimostrato Newt
Li: 2: Pro: XXII: Cor: 2. Ciò che mi rimane ad avv
re, è che il dottissimo Con: Jacopo suo Padre
essere assurdo, che un solido immerso in un flu
di gravità specifica maggiore potesse sommare con
forza accelleratrice maggiore di quella, che animava
parti del fluido, dopo che Gio: Bernoulli al Pro: XX
dell' esposto opuscolo aveva francamente deciso in
trario, con asserire che un pendolo costrutto di una
materia cinque volte più leggiera dell' acqua, ed im
so in questo fluido, doveva fare due oscillazioni

tempo istesso, che una ne avrebbe fatta fuori dell' acqua.
Da dunque il più certo di una qual momentanea
riflessione le cose da me fin ad ora scritte, ed in
funzione de suoi sentimenti e commandi pieno di
venerazione, ed ossequio mi dico.
V.S. Illma Roma. 7 Aprile 1781

Devotmo ed Obbligmo Servo
Giuseppe Calandrelli.

Illmo Sig. Francesco de' Tolli di Fagnano

3.42

21

All'Ill.mo Sig.r Sig.r P.ron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Sig.r Co. Giordano Riccati Stimatiss.o

Le rendo grazie distinte pel Libro accompagnato dalla gentiliss.a sua Lettera, che mi ha mandato per l' Ab.e Antonelli.

Io veram.te bramo d'aver la di Lei Dissertazione, onde penso di copiarmela; quando però il Tomo Ella lo avesse di più, e volesse privarsene, io lo pagherò quanto costa ben volontieri unendolo agli altri Libri simili, che abbiamo in Libreria con molto piacere, perchè contiene cose di due Fratelli Riccati.

Ho letto con molto gusto gli Elementi di Architettura del Sig.r Francesco Maria Preti, e quantunque non sia Architetto, pure vedo benissimo, che senza quei Lumi, che sono in quel libretto compresi, gli Architetti vanno a tastone come gli Orbi.

Il C. Valsecchi è fuor di pericolo fin da Martedì, non avendogli in quel giorno il medico trovato febbre, gli resta però da superare una gelosissima convalescenza; e credo che non potrà più leggere.

Io desidero l'onore de' suoi pregiatissimi comandi per poterle mostrare d'esser tale quale con tutto il rispetto mi protesto

Di Lei Sig.r Co. Riccati Riv.mo

Padova. 12. Aprile. 1781

Divotiss.o Obbligatiss.o Serv.e
D. Pier-Maria Lolina

Ill.mo La sua pregiatissima Grazia, l'ricevuta con la maggiore Riconoscenza, ed ossequio Sinig.a 14 Aprile 1781

V.S. Ill.ma
Div.mo Obblig.mo Serv.o Vero
Aff.mo Gio. Francesco de' Toschi di Fagnano

90

VV. la sua pregiatissima grazia, e mi creda con la maggiore Riconoscenza, ed ossequio Sinig.a 14 Aprile 1761

Di V.S. Ill.ma Dev.mo Obblig.mo Serv. Vero

Arcid.no Gio. Francesco de' Toschi di Fagnano

All'Ill. Nob. Sig.^r Sig.^r Prone Col.mo
Il Sig. Co. Giordano Riccati

Treviso.

Ill.mo Sig. Conte Pres.e Cofano

93 26

91

Ill.mo e Ecc.mo Sig.e Sig.e Pron Col.mo

Una Lunga Flussione di Podagra, ed un Principio di Chiragra alla Destra sono stati il motivo, che mi hanno fatto differire di non porgere alla somma Benignità di V.S. Ill.ma quelle grazie, che so, e posso maggiori, per le notizie, che si è degnata favorirmi rispetto alla cennata Commenda dell'Ordine Costantiniano, le quali ho passate in mano del Priore mio Nipote, che le dedica per mio mezzo la Sua più divota servitù. Cinque Anni sono cominciai a soffrire sì fatti incomodi, che io attribuisco alla soverchia applicazione allo Studio; Ma come moderarli? V.S. Ill.ma sa meglio di me, che trattandosi di Cose Geometriche, l'Idee di queste ci sono sempre presenti, e per quanto si faccia non possiamo da quelle distorre il Pensiero. Mi conservi V.S. Ill.ma la sua pregiatissima Grazia, e mi creda con la maggiore Riconoscenza, ed ossequio Sinig.a 14 Aprile 1786

V.S. Ill.ma

Div.mo Obblig.mo Serv.e Vero
Ossid.mo Gio. Francesco de' Toschi di Fagnano

Ill.mo Sig.r Conte Pr.ne Col.mo

93 26

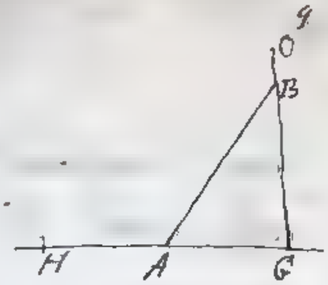
o
ro-
zo
B
g,
ale
d
rer Att
potenza
glia,
OB,
è
lta
'tt,
ta
aperto,
anale
anea-
Va.e gn
on-
: BVdV
rice

All'Ill.mo Sig.e Sig.e Sig.r P.ron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccatti

Ferrara per Treviso

Illmo Sig. Conte Prē Cosmo



Ecco a V. S. Illma anche questa lettera sul problema della verga caricata di due masse, che scorre sur un piano orizzontale. Si supponeva e da Lei e da me, che fossero componibili le due ipotesi, che con qualche forza AH al piano, potesse discendere la massa inerte B e per la verticale OG, e di più colla legge de' gravi cadenti. Ora ho conosciuto, che qualora si voglia la discesa di B per la OG, è necessario, che B cominci a muoversi con una velocità V, la quale rimane sempre la medesima, cosicchè il moto di B è equabile, nel mentre A cominciando a muoversi con una velocità iniziale per AH seguita con moto ritardato per la stessa AH a motivo di una potenza che agisce contro A per la direzione contraria AG. Ove poi si voglia, che le velocità di B siano proporzionali alle radici delle altezze OB, la massa B descrive una curva, e non mai una verticale. In tutti i casi poi di movimento per l'applicazione della forza al piano, la pressione della verga contro il piano è dal basso all'alto, dimodo che convien supporre, che la verga BA attraversi il piano AH, e scorra per una fessura praticata, impedendo la massa A collocata al di sotto del piano medesimo, ed appoggiata alle sponde del canale, aperto, che si alzi la verga, onde possa sempre scorrere A per la retta AH. Riducendo tutto a moti liberi sì della massa A, come di B, chiamate V, u le velocità di B, A; ds, dz gli spazietti scorsi contemporaneamente, y l'ordinata BG, x l'ascissa data dall'equazione $z+x=\sqrt{a^2-y^2}$ ove a rappresenta la lunghezza, e R il raggio d'osculo corrispondente a y; trovo le due equazioni; 1a $\frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2}}{R \times ydx-dy\sqrt{a^2-y^2}} \times dz = BVdV$.

2a; $p-\frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2}}{R\times ydx-dy\sqrt{a^2-y^2}} \times dz = Audu$; significando p la forza motrice

tre notati valori, ma ---- 1
Faccia l'osservazione essere $0=1-1=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$
$=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ &c. $=n-n$. Posto $0=1-1$, abbiamo $a^0=a^{1-1}=\frac{a}{a}$
$=1$

per la direzione del piano. Queste due formole combinate colla terza $V = \frac{u\,ds}{dz}$, e fatto uso delle sostituzioni di $\frac{A\ldots}{z}$ $dz = \frac{r y\,dy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$, mi riducono alle due equazioni susseguenti

$$\frac{du}{u} = \frac{na^2 \times y\,dr + r\,dy}{ry \times na^2+ry^2} \;;\; \frac{\int r y\,dy}{Bn\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{nu^2(y\,dr \times a^2-y^2 + a^2dy \times n\ldots}{ry \times na^2+ry^2}$$

$\overline{n-1} \cdot u\,du$.

Data pertanto la potenza p per y, si avrà un'altra equazione tra r, y; onde sarà dz data per dy, e in conseguenza anche dx, e avrassi l'equazione differenziale alla curva, che descrive B. Data poi la curva, resterà il valore della forza p, che dà moto al sistema delle masse.

Volendosi che B discenda per OQ, diventa $dx = 0$, $r = -n$, $dr = 0$ ... $\frac{du}{u} = \frac{a^2dy}{y \times a^2-y^2}$, il cui integrale è $u = \frac{Cy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Dalla equazione $V = \frac{u\,ds}{dz}$ trae colle sostituzioni $V = C$; e finalmente diventa $p = -\frac{(n-1)BV^2a^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$ $= -\frac{(n-1)BV^2a^2}{\overline{a+y}^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-y}^{\frac{3}{2}}}$. Se supporremo nella prima posizione della ...

$y = b$, sarà $u = \frac{bV}{\sqrt{a^2-b^2}}$; $p = \frac{-(n-1)BV^2a^2}{(a+b)^{\frac{3}{2}} \times \overline{a-b}^{\frac{3}{2}}}$; e se anche $b = \ldots$

avrem $u = \frac{aV}{\sqrt{2a^2}\sqrt{1-1}}$; $p = \frac{-(n-1)BV^2a^2}{(2a^2)^{\frac{3}{2}} \times (1-1)^{\frac{3}{2}}}$. Annullandosi da ...

la massa A diventa $n=1$. Dunque $p = -\frac{(1-1)BV^2a^2}{(2a^2)^{\frac{3}{2}}(1-1)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{B\ldots}{2^{\frac{3}{2}}a\ldots}$

Resta con ciò levata ogni difficoltà, e vengono allontanati quegli assurdi che nascevano dall'impossibile verificazione delle due ipotesi nello ...

...tempo, sicchè nulla rimane alla compiuta soluzione del Problema.
...sidero, che queste speculazioni non siano trovate insussistenti da
V. S. Ill.ma, a cui con pienezza di rispetto e di stima mi raccomando
e sono
di V. S. Ill.ma

li 19 Aprile 1781

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vero
G. Franco de Malfatti

...nè notati valori, ma ...
Faccia l'osservazione essere $0 = 1-1 = \frac{1}{2}-\frac{1}{2} = \frac{1}{3}-\frac{1}{3}$
$= \frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ &c. $= n-n$. Posto $0 = 1-1$, abbiamo $a^0 = a^{1-1} = \frac{a}{a}$
$= 1$

All' Ill.mo Sig. Sig. Pron.e Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

p. Venezia

Treviso

Illmo Sigre Sigre Pnone Colmo 101

Al Sigr Daniello Bernoulli nel Tomo I. degli Atti di Pietro=

Illmo Sigre Sigre Pnone Colmo 97.

Con egual sommo piacere ho ricevuta, e letta la dottissima lettera di V.S. Illma dei 21. Marzo sopra l'astruso argomento dei logaritmi, ed ora dopo averla matu=ramente considerata, le comunico il sincero mio sentimento, sottoponendolo per altro al purgatissi=mo suo giudicio.

Ella non crede, che possa essere aritmetica la progressio=ne $L1$, $L\sqrt{-1}$, $L-1$; perchè supposta e la base della logaritmica, e mettendo $L1 = y$, $L\sqrt{-1} = x$, si avrebbe $e^y = 1$, $e^x = \sqrt{-1}$, $e^{2x-y} = -1$: ma dee pur essere $-e^y = -1$; dunque $e^{2x-y} = -e^y$, e però per la dottrina dei logaritmi $2x-y = y$, cioè $x = y$, il che è impossibile nel caso addotto.

Essendosi da Lei presa l'unità per protonumero, ed accordando, che a ± 1 compete il medesimo logaritmo, ne segue essere $L\pm 1 = 0$. E poichè è proprietà es=senziale della logaritmica, che ad una serie geome=trica di numeri ci corrisponda una serie aritmetica di logaritmi; siccome $\sqrt{-1}$ è media geometrica fra 1 e -1; così $L\sqrt{-1}$ ha da esser media aritmetica fra $L1$ e $L-1$: ma $L1 = 0$, $L-1 = 0$; dunque anche $L\sqrt{-1} = 0$, e per conseguenza $L1 = y = L\sqrt{-1} = x$; il che &c.

Dal premesso raziocinio si deduce, che alla base a alzata alla potestà nulla possano competere i tre valori 1, $\sqrt{-1}$, -1, conseguenza, che Ella giudica assurda. Ad a^0 pertanto non solo si adattano i notati valori, ma un infinito numero ne ricava. Faccia l'osservazione essere $0 = 1-1 = \frac{2}{2}-\frac{1}{2} = \frac{1}{3}-\frac{1}{3}$ $= \frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ &c. $= n-n$. Posto $0 = 1-1$, abbiamo $a^0 = a^{1-1} = \frac{a}{a}$ $= 1$

$=1$. Da $0=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$ ne raccolgo $a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}=\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}=\frac{\pm\sqrt{a}}{\pm\sqrt{a}}=\frac{\pm 1}{\pm 1}$.
Se al numeratore, e al denominatore assegno lo stesso valore, trovo $a^{0}=1$, ma se a loro attribuisco valori diversi, mi si presenta $a^{0}=-1$. Tralasciato in grazia della brevità $0=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$, passo a considerare $0=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$ onde si abbia $a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}=\frac{a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}}=\frac{\pm\sqrt[4]{a}}{\pm\sqrt[4]{a}}=\frac{\pm\sqrt[4]{1}}{\pm\sqrt[4]{1}}$. Dalla $\sqrt[4]{1}$ vengono accettati quattro valori ± 1, $\pm\sqrt{-1}$; e secondo che al numeratore, ed al denominatore si adattino o gli stessi, o diversi valori, si scopre $a^{0}=\begin{cases}\pm 1\\ \pm\sqrt{-1}\end{cases}$.
Procedendo in simil guisa, si incontreranno sempre nuovi valori di a^{0}, e resteremo convinti, che ad esso competono valori infiniti.

La logaritmica è una curva trascendente di grado infinito, e perciò consta di infiniti rami, due reali, e gli altri tutti immaginarj. Per tal cagione allo stesso logaritmo y si riferiscono due numeri reali $\pm x$ uno positivo, e l'altro negativo spettanti ai due rami reali, ed innumerabili numeri immaginari appartenenti ai rami immaginari. Traggono l'origine questi numeri dal prendere fra x, e $-x$ una, due, tre, quattro &c. medie proporzionali; e quindi infiniti nella nostra curva sono i protonumeri, che richiedono il logaritmo $=0$, ed infinite le basi, alle quali compete il logaritmo $=1$.

Non altrimenti allo stesso numero x convengono infiniti

logaritmi

Il Sigr Daniello Bernoulli nel Tomo I. degli Atti di Pietro=

99

logaritmi. Per la sommità del numero ~~zero~~ ~~una linea~~ immensamente lunga a destra, e a sinistra, che sia paralle=la all'asse della curva, e si concepisca, che questa linea intersecando gl'infiniti rami immaginarj, determini un pari numero di logaritmi immaginarj convenienti al predetto numero. Il Sig. Eulero ha preso sbaglio mentre ha stabilito, che a +1, −1 competano logaritmi diversi. Nella Risposta alle Reflessioni Analitiche del Sig. Ab. Bessuti inserita nel Tomo XV. del Giornale di Modena ha dimostrato, che a ±1 si accomunano gli stessi logaritmi $0, \pm p\sqrt{-1}, \pm 2p\sqrt{-1}, \pm 3p\sqrt{-1} \pm 4p\sqrt{-1}$ &c. esprimendo p la semicirconferenza circolare del raggio $=1$.

Ella dimanda per qual motivo senza tanti stenti non possa servire la formola $\pm(a^{\pm y}) = x$. Supposto che il protonumero abbia due valori $\pm f$, non ci è geometra che dubiti, che ~~la logaritmica~~ non ne nascano ~~formi di~~ due rami che ci danno i numeri positivi, e negativi cor=rispondenti ai medesimi logaritmi. La difficoltà consiste in provare, che questi rami spettino alla stessa logistica. Si ottiene ~~ciò~~ col mezzo della qua=dratura dell'iperbola fra gli assintoti, la quale ci insegna, che ammessa f come protonumero, è necessariamente tale anche $-f$, e che se ad un dato logaritmo y si riferisca il numero x, al medesimo logaritmo ~~conviene parimente il nu=mero $-x$~~. La stessa verità diversi ~~parimente~~ si prova mediante

96

100

mediante la formola $f\left(\frac{g}{f}\right)^{y:h} = x$, nella quale h significa un logaritmo relativo al numero g.
Si cavi il numero x corrispondente al logaritmo y. Egli è chiaro, che sta in mio arbitrio lo scegliere il logaritmo h, che stia ad y come il numero pari n all'impari m, onde si abbia $\frac{y}{h} = \frac{m}{n}$, e perciò $f\left(\frac{g}{f}\right)^{m:n} = f. \pm \sqrt[n]{\left(\frac{g}{f}\right)^m} = x$. Per la qual cosa scelta la opportuna grandezza delle coordinate infinitiformi h, g, si otterrà sempre che sia $f. \pm \left(\frac{g}{f}\right)^{y:h} = x$, e col mezzo tanto della quadratura dell'iperbola, quanto dell'equazione esponenziale della logistica dimostrerò che una tal curva è composta di due rami reali, ed eguali.
Esposto il mio parere intorno ai logaritmi, ella ricorrentemente l'esamini, e vegga se per sorte ha colpito nel vero, di modo che abbia sparsa qualche nuova luce sopra questa difficilissima materia. E pregandola della continuazione della grazia sua stimatissima, con pienezza di stima, e di rispetto mi dichiaro

Di V.S. Ill.ma

Treviso 23 Aprile 1741

Ill.mo Sig.r Leopoldo M.a Caldani
Padova

Divot.mo Obbl.mo Serv.re
Giordano Riccati

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

Il Sig.r Daniello Bernoulli nel Tomo I. degli Atti di Pietro=burgo ha manifestamente dimostrato, che a due potenze applicate ad un medesimo punto equivale quella, che si esprime pel diametro del parallelogrammo, di cui esse sono i lati. Essendo dunque, e l'una, e l'altra atta a produrre in un corpo lo stesso effetto, all'eguaglianza degli effetto ha necessariamente da corrispondere l'eguaglianza della cagione. Non può questa dedursi dalla sola forza; perché le due laterali sono maggiori della diagonale: Egli è di uopo perciò l'inferirla dalle azioni della forza. In due maniere possiamo concepire che agisca la forza, secondo che replica i suoi impulsi o per gli elementi del tempo, o per gli elementi dello spazio presi nella direzione della forza stessa. La prima maniera non ci dà egualità d'azioni; perché agendo pel medesimo tempo le due forze laterali, e la diagonale, la somma delle azioni delle laterali sarebbe maggiore di quella della diagonale. Non così succede delle azioni riferite agli spazj, avendo dimostrato l'Ab. Vincenzo mio Fratello nella sua Opera della Forza Viva, che le due azioni delle forze laterali sono eguali all'unica della diagonale. Per la qual cosa resta evidentemente dimostrato essere ∫fds la vera misura dell'azione, a cui esser dee eguale l'effetto prodotto nel corpo; che

passimamente Se

Padova. 28. Aprile 1781.

Um.o Dev.mo Obbl.o Ser.e
D. Pier-Maria Sotina.

Se $\int fds = 0$; non si fa mutazione alcuna di stato nel corpo, il che parimente succede, quando $fds - f'ds' = 0$, cioè a dire quando due azioni minime uguali, e contrarie si impediscono mutuamente, e questo è il caso dell'equilibrio, che necessariamente nasce da minime azioni uguali, e contrarie, che vicendevolmente frastornansi. Nel Tomo XXV. della Nuova Raccolta di Opuscoli, che si stampa dallo Occhi in Venezia, leggesi una mia Dissertazione, in cui provo la necessità della formola $\int fds = \frac{mu^2}{2}$, e per conseguenza ancora della sua differenziale $fds = mudu + \frac{mdu^2}{2}$. Nel proseguimento del moto essendo rispettivamente nullo il termine $\frac{mdu^2}{2}$, abbiamo $fds = mudu$; ma nel principio del moto deve cancellarsi il termine $mudu$, perchè la velocità $u = 0$, onde rimanga $fds = \frac{mdu^2}{2}$, ch'è la formola da me usata nella lettera dei 26. di Gennajo.

Se il corpo si muove per la stessa direzione, per cui agisce la forza, di modo che il corpo si muova, e la forza agisca per lo stesso spazietto ds, abbiamo la formola necessariamente vera $\frac{ds}{dt} = u$, perchè dedotta dalla proprietà del moto equabile. Sostituito nella formola $fds = mudu$ in vece di u il suo valore, si trova $fdt = mdu$, formola necessaria nei moti diretti, la quale per altro non esprime nè la vera azione, nè il vero effetto. Che se il corpo

Illmo Sig. Domenico Mro Caldani ... Roma

Divot. Obblmo Servitore
Giordano Riccati

corpo scorre lo spaziatto dz, mentre la forza agisca per ds, sostituito in cambio di u il suo valore $\frac{dz}{dt}$, ne risulta $\frac{fds}{dz} \cdot dt = mdu$, o sia ponendo $\frac{fds}{dz} = F$, $Fdt = mdu$. È F la forza tangenziale, la quale in tanto si può sostituire alla forza f esistente in natura, in quanto che queste due forze sono equivalenti. Ed in fatti essendo $F = \frac{fds}{dz}$, ne proviene $Fdz = fds$, formola che dimostra l'eguaglianza delle azioni, per cagion della quale sono equivalenti le forze F, f.

Dalle cose dette raccolga lo stimatissimo Signor Abate essere $fds = mudu$ la formola principale e generalmente vera. Tocca il posto di secondaria alla formola $fdt = mdu$, la quale soltanto si avvera nei moti diretti, e chi l'usa senza questa precauzione, cade in paralogismo. Nella mia Opera delle Corde, ovvero fibre elastiche mi è riuscito di notarne più d'uno in Autori di prima classe.

Nella ventura settimana risponderò agli altri punti, che Ella dottamente tocca nella sua lettera dei 7. corrente, ed intanto con vera stima, ed ossequio mi dichiaro Di V.S. Ill.ma

Treviso 23. Aprile 1761.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Calandrelli. Roma

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Padova. 28. Aprile 1781.

Um.o Dev.mo Obbl.o Serv.e
D. Pier-Maria Bolina.

Ill.mo Sig.r Padrone Mio Col.mo ... Divot.mo Obbl.mo Servitore

... Giordano Riccati

Sig. Co. Prone Riv.mo 105

Le rendo grazie infinite del pregiatiss.o regalo, che mi fa del Tomo della raccolta Fiorentina, e sarà questa una nuova obbligazione, che con Lei contraggo, per cui non posso altro, che pregarla a darmi occasione di mostrarle la mia gratitudine.

Il P. Valsecchi continua a migliorare, ed anche questa volta speriamo di vederlo affatto sano. L'anno passato i Riformatori con una onorevolissima lettera gli avevano concesso di poter leggere, quando voleva, e poteva. Ma la scuola privata la faceva, come prima, ed a lui è di non picciolo patimento anche questa.

Il P. Barca Somasco ha avuto lungo tempo in mano i MSS. del Vallotti, e gli ha restituiti ai PP. del Santo dicendo, che non gli bastava l'animo di racapezzar tanto che bastasse, per stampar qualche cosa, che facesse onore all'Autore.

Io le ricordo la mia servitù, e con tutto il rispetto mi protesto.

Di Lei Sig. Co. Prone Stim.

Padova 28. Aprile 1781.

Umo Devmo Obblmo Servre
D. Pier-Maria Cobina'.

Società di Scien
Produzioni di
zione di tutte le
sono di poco vo
vate: oppure vo
iamo per diversi
rtenente all'anno
mi sono formato
ogni due anni
lerne. Io lavo
do di conveniente
Tomo, che avrà
nello sia il carat
l'un volume, ed
o di Europa.
Italia nostra, ed
è voglia onora
piace, e torna
ta per tanto che
ceva la Stam
del secondo,
xobia sicuro re
levenendomi, anche
ne le Memorie
Storia naturale,
meno Memorie

104

108

Società di Scien:
Produzioni di
zione di tutte le
sono di poco vo:
vate: oppure vo:
siamo per diversi
vtenente all'anno
mi sono formato
ogni due anni
ume. Io lavo:
do di conveniente
Tomo, che avrà
oerche quello sia il cavat
etta d'un volume, ed
di Europa.
Italia nostra, ed
è voglia onova:
viace, e torna
ta per tanto che
ceva la Stam:
del secondo, e
abbia sicuro ve:
evenendomi, anche
ne le Memorie
Storia naturale,
mero Memorie

104

Al Nob. Sig.re Sig.r Pñrone Col.mo
Il Sig.r Co. Giordano Riccati

Trevise.

Non ha dubbio, che noi Italiani mancando d'una Pub.ca Società di Scienze, ed Arti, ove sia aperto l'adito d'inserire le proprie Produzioni di mano in mano che nascono, non stamo a peggior condizione di tutte le altre Nazioni. O dobbiamo pubblicarle a nostre spese, e se sono di poco volume corrono rischio di non essere universalmente conservate: oppure volendo inserirle negl' Atti di qualche estera Società, le veggiamo per diversi anni inedite, sinchè giunga la Stampa del volume appartenente all'anno, in cui sono state presentate. Ecco per tanto un piano, che mi sono formato a commodo de miei Connazionali, e mio, perchè almeno ogni due anni, possiamo vedere le cose nostre alla luce in un solo volume. Io lavorare a mie spese un nuovo carattere, ch'è un bell' Aldo di conveniente forma. Ogni due anni si pubblicherà qui in Verona un Tomo, che avrà il titolo, ch'ho l'onore d'inserire a solo lume, non perchè quello sia il carattere, nè quella la Carta. Ogni Autore sarà regalato d'un volume, ed un volume sarà spedito ad ogni Accademia primaria di Europa.

E' ben giusto che a V.S. Illma, che fa tant' onore all' Italia nostra, ed a se stesso ne sia tra primi fatto cenno, ed invito, perchè voglia onorare questa Collezione di qualche cosa di suo, quando le piace, e torna più a commodo, senza alcun' obbligo immaginabile. Basta per tanto che le sia a notizia, che pel p.o di Settembre del 1782 si comincierà la Stampa del p.o volume; il dì p.o Settemb.e 1784 succederà quella del secondo, e così di due in due anni; Il volume sarà in 4.to. Perchè abbia sicuro recapito il suo manoscritto, degni dirigerlo al mio Nome, prevenendomi, anche se vuole, con lett.a anticipatamente. Precederanno nel volume le Memorie di Matematiche: succederanno tosto quelle di Fisica, e di Storia naturale, indi le altre, se ne avremo. Ella ben vede che ora più, ora meno Memorie

non è disdicevole cosa per una Compagnia libera. Ella non è d'alcu
Paese, ancorchè la Stampa per accidente si faccia in Verona, ma d
tutta l'Italia. Ella non importa nè doveri nè legami necessarj, ma
deposito, libero, e commune delle cose nostre per esser pubblicate con
decenza, cose di uomini, ch' hanno fissato il loro credito, ed ognuno
quali dee rispondere per se; come se le pubblicasse separatament
Un pensiero mi tormentava un poco da principio, ed era, che avr
potuto essere molestato da qualcuno per inserire cose non corrisp
denti all' altre. Ma ho in pronto il rimedio, e mi saprò sottrarre.
vo con isperanza, che vorrà felicitare questa Compagnia col su
assenso, adesione, ed Opera. Ella può fare di uomini separati un
po rispettabile un giorno, non inferiore a qualunque Pub.^ca Soci
Corpo unito col solo cemento dell'amore patrio, e del libero genio
naturale. Ardisco solamente supplicarla, che sarebbe di mia som
ma consolazione, che potessi avere di suo qualche cosa pel prim
volume dell' anno venturo. In seguito poi, come, e quando le piac
Ma ella vede che tutto dipende dal primo presentarsi al Pub.^co; cio
faremo col primo volume.

Attenderò suoi riscontri per mia norma. Sono intanto col p
profondo ossequio, e divozione.

Di V.S. Illma

Verona p.^o Maggio 1781

Um.^o Div.^mo Obb.^mo Se. A.
AM Lorgna

MEMORIE

DI UNA PRIVATA

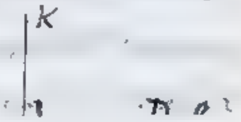
SOCIETA' ITALIANA

DI SCIENZE ED ARTI.

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 213

~~Continuo a rispondere alla sapientissima di V.S. Ill.ma dei 2. Aprile.~~

~~La supposizione della curva uniforme: A~~



Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo

Rispondo congiuntamente alle due sapientissime lettere di V.S. Ill.ma dei 30. Marzo e dei 19. Aprile. Avendo Ella inteso per f la forza acceleratrice competente al moto del solo punto A, ed io avendo inteso la forza totale necessaria al detto punto, perchè discenda colla legge dei gravi, non potevamo andare di accordo. Avverto solo, ~~che nella lettera da [illegible] nell' ultima lettera~~, che la forza f ~~[illegible]~~; deve ~~[illegible]~~ esprimersi ~~col valor negativo~~ per $f = \frac{-2a^2b+3a^2y-y^3}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$; onde se il valore è negativo, e la sua variazione vada scemando quella velocità per DN, che dee supporsi impressa al punto A prima che la forza f cominci a reagire.

Considerata l'ipotesi di $b=a$, di modo che la prima posizione della verga sia verticale, avremo $f = \frac{-2a^3+3a^2y-y^3}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(-2a-y)\sqrt{(a-y)}}{(a+y)^{\frac{3}{2}}}$. Nella lettera dei 16. Marzo ho dimostrato $AN = ds = \frac{-y\,dy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = \frac{-y\,dy}{\sqrt{(a+y)}\cdot\sqrt{(a-y)}}$. Sarà dunque la variazione della predetta forza $= f\,ds = \frac{(-2a-y)\cdot -y\,dy}{(a+y)^2} = \frac{2ay\,dy+y^2dy}{(a+y)^2}$, e passando all'integrazione avremo $S f\,ds = \frac{y^2}{a+y} - C$: ma questa sommatoria nel punto D, in cui $y=a$, dee uguagliarsi al nulla; dunque $S f\,ds$

$$Sfds = \frac{y^2}{a+y} - \frac{a}{2}.$$

Prima che la forza f principj la sua reazione, si concepisca impressa al punto A la velocità $u = \sqrt{a}$, onde sia $\frac{u^2}{2} = \frac{a}{2}$. Sarà dunque nel proseguimento del moto $\frac{u^2}{2} = \frac{a}{2} + \frac{y^2}{a+y} - \frac{a}{2} = \frac{y^2}{a+y}$; e perciò $u = \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}}$. E poiché le velocità del punto A, e del corpo grave B, cioè u, v stanno come $AN = ds = \frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}}$ a $BL = -dy$, scriveremo $\frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} : -dy :: u = \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}} : v$, e per conseguenza $v = \sqrt{(2a-2y)}$, qualmente richiede la legge dei gravi, che discendono liberamente.

Acciocché dunque il grave B possa liberamente discendere, egli è necessario, che al punto A situato in D sia precedentemente impressa la velocità $u = \sqrt{a}$, la quale poi dalla reazione della forza f viene gradatamente minorata e ridotta al valore $= \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}}$, che diventa $= 0$, quando sendo $DB = y = 0$, la verga AB è pervenuta alla positura orizzontale.

Il nostro sbaglio consisteva in attribuire alla forza f la velocità $\sqrt{a}$ nel punto D, quando si doveva

riflettere

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

Continuo a rispondere alla sapientissima di V.S. Ill.ma dei 2. Aprile.

La supposizione della curva conforme

riflettere, che la predetta forza diretta da A verso D è soltanto atta a minorare, ma non mai ad imprimere la velocità da D verso A.

Mi onoro di raccogliere da quanto finora ho scritto non accordarsi col vero la proposizione, che qualora si voglia la discesa di B per la CD, è necessario che B cominci a muoversi con una velocità v, la quale rimane sempre la medesima, cosicchè il moto di B è equabile, nel mentre A cominciando a muoversi con una velocità iniziale per AN, seguita con moto ritardato per la stessa AN a motivo di una potenza, che agisca contro A per la direzione contraria AD. Se il moto di B fosse equabile, sarebbe necessario che il punto A nel sito D fosse fornito di una velocità infinita.

Le sue lettere mi sono sempre carissime, e perciò mi scriva pure con tutta la libertà, essendo io pieno di desiderio di servirla, e di sempre più distinguermi.

Di V.S. Ill.ma

Treviso 4 Maggio 1761

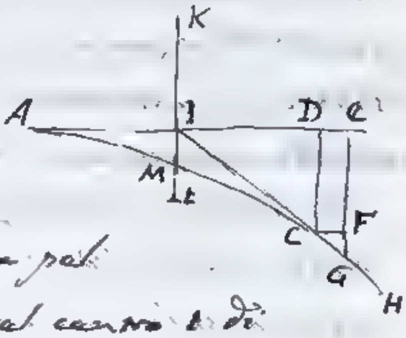
Ill.mo Sig. Giovanfrancesco de' Malfatti. Ferrara

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo

Continuo a rispondere alla sapientissima di V.S. Ill.ma de' 2. Aprile.

La supposizione della curva uniformemente pesante, ed equilibrata AMC include necessariamente l'altra, che la verticale KI condotta pel concorso I delle tangenti passi pel centro t di gravità della curva predetta; imperciocchè se ciò non accadesse, la curva farebbe moto, e per conseguenza non sarebbe equilibrata. In fatti nella lettera dei 12 feb.o ho provato, che dalle equazione della nostra curva AMC dedotta dalla supposizione dell'equilibrio evidentemente raccogliesi, che la verticale KI passa pel centro di gravità t della massa pesante AMC. Confesso per altro, che sarebbe stato lodevole l'aggiugnere nel mio Schediasma questa dimostrazione.



Passo all'altro Schediasma, che tratta del moto di discesa, o di ascendimento de' corpi solidi immersi ne' mezzi fluidi. Se prescindendo dalla resistenza di tegnenza, e di fregamento, si volesse tralasciare di porre a computo la forza viva acquistata dallo strato minimo di fluido, che nel tempicello dt fa transito dalla quiete alla velocità, colla quale ascende il fluido; si averebbe la formola $\left(\frac{m-n}{m+hn}\right).dt = u$, da cui chiaramente deducesi la forza acceleratrice $= \frac{m-n}{m+hn}$.

Vi ha de' supposti, che il fluido scacciato al disotto vada

a

ciascuna delle quali convien rintracciare con u...

discenda per la verticale, con quella legge fiti di movimento che danno ora

...ranno le formole finali. Per farle vedere come io sono entrato

a riempiere lo spazio al di sopra, ma bensì che una quantità eguale al fluido scacciato s'introduca nello spazio superiore.

Sino a che il vaso sarà talmente largo, che possa salire la quantità di fluido $\frac{n}{h}$, non si altererà il tempo della discesa del solido: ma se la ristrettezza del vaso obbligherà a salire una minor quantità di fluido, il solido calerà abbasso più lentamente, qualmente è stato da me dimostrato, e la sperienza non può essere contraria ad una patente dimostrazione.

Mi era già noto, che Giovanni Bernoulli sino dall'anno 1714 avea stabilita quella stessa forza acceleratrice $\frac{m-n}{m}$ ammessa poscia dal P. Ab. Grandi.

Si metta ora a computo la forza viva del fluido scacciato novellamente di luogo, la quale se il corpo discendente è sferico, si eguaglia a $\frac{3nu^2ds}{4d}$, chiamato d il diametro della sfera. Avremo pertanto $(m-n).ds = (m+hn).udu + \frac{3nu^2ds}{4d}$, ed integrando $s = \log.\left(\frac{4d(m-n)}{3n} - u^2\right)$ nella logistica della suttangente $\frac{4d.(m+hn)}{3n}$, e prendendo siccome protonumero la quantità $\frac{4d.(m-n)}{3n}$.

Nel num.ro 30. determino la formola del tempo $t = \log\left(\sqrt{\left(\frac{4}{3}d.\left(\frac{m-n}{n}\right)\right)}+u\right) - \log.\left(\sqrt{\left(\frac{4}{3}d.\left(\frac{m-n}{n}\right)\right)}-u\right)$ nella logistica della suttangente $\frac{\frac{4}{3}d.\left(\frac{m+hn}{n}\right)}{\sqrt{\left(\frac{4}{3}d.\left(\frac{m-n}{n}\right)\right)}}$, e presa siccome protonumero la grandezza $\sqrt{\left(\frac{4}{3}d.\left(\frac{m-n}{n}\right)\right)}$.

Vado

Vado poscia nel num.° 361. in traccia della formola, che contenga le due incognite s, t, nella quale c'intro= duco in seguito una resistenza costante r, che produca nel corpo m lo stesso ritardamento cagionato dalla resistenze di tenacità, e di fregamento, che nella detta formola avea trascurate.

Perfezionata così la formola, corrisponde alla sperienza Newtoniana con quella maggior precisione, che nelle materie fisiche si può ottenere.

Rendo umilissime grazie per le dottissime riflessioni fatte intorno le mie Dissertazioni, ed offerendomi ai pregiatissimi suoi comandi, ho l'onore di protestarmi

Di V. S. Ill.ma

Treviso 4 Maggio 1761

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Clandrelli. Roma.

Divot.mo Obblig.mo Servitore
Giordano Riccati

ciascuna delle quali convien rintracciare con ...
discenda per la verticale, con quella legge poi di movimento che ... ranno le formole finali. Per farle vedere come io sono entrato

Illmo Sig. Sig. Pne Colmo

L'essersi V.S. Illma degnata di esaminare le poche mie mal digerite idee sulla teoria de' Logaritmi è un nuovo argomento della singolare di lei bontà verso di me. Io le ne rendo con tutto l'animo le maggiori grazie, e me le protesto pieno della più ossequiosa riconoscenza. Le dottissime di lei obbiezioni meritano una lunga, e seria ponderazione, e nulla più posso ora dire sopra di esse. Questa materia de' Logaritmi è sì difficile, e sì pronta a far prender degli abbagli, che son forzato a tremare ad ogni parola, che io ne proferisco. La supplico pertanto a lasciarmi agio di pensare a quanto ella mi ha scritto, tanto più che non è in mia libertà lo studiare quando voglio, e mi conviene andar procacciando qualche ritaglio di tempo per farlo. Mi continui la sua preziosissima grazia, mi onori de' suoi comandi, e mi creda sempre con tutto l'ossequio, e con tutta la venerazione

Di V.S. Illma

Roma 9 Maggio 1781

Umo, ed Obbmo Servitore
Petronio Mro Caldani

ciascuna delle quali convien rintracciare con ...
discenda per la verticale, con quella legge di movimento che ... ora
vanno le formole finali. Per farle vedere come io sono entrato

ciascuna delle quali convien rintracciare con ...
dicendo per la verticale, con quella legge di movimento che daranno
ranno le formole finali. Per farle vedere come io sono entrato

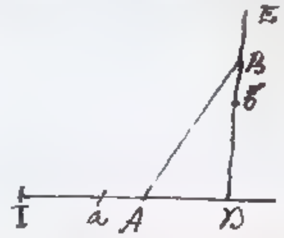
All'Ill.mo Sig.re Sig.re Pad.ne Col.mo

Il N.U. Sig. Co.te Giordano Riccati

Treviso.

verga AB caricata di due masse inerti A, B scorra pel piano orizzontale AZ in virtù d'una forza motrice applicata all'estremo A della verga, ed agente per la direzione del piano AZ. Si cerca la curva, che descriverà la massa B, o data la curva si cerca il valore della forza mo=

Ill.mo Sig. Conte Pron.e Col.mo



119

Io rendo a V.S. Ill.ma moltissime grazie per la bontà con cui si compiace di comunicarmi i suoi pensamenti sul Problema della verga, di cui abbiam tanto parlato. Le dirò per altro sinceramente, che seguito ad essere persuaso, che non s'accordi col vero la soluzione, che Ella ne dà. Se non isbaglio, Ella vi discorre così. Chiamata f la forza totale A, che dà moto alla verga, e presi i piccoli elementi Bb, Aa, che si scorrono contemporaneamente, e ritenute le altre denominazioni già note, pel principio della conservazione delle forze vive dee valere questa equazione $f \cdot Aa = Au^2 + BV^2$; e per gli elementi isocroni Bb, Aa; $V : u :: Bb : Aa$. Ma $V = \sqrt{2}\sqrt{b-y}$ per la condizione del Problema; dunque $u = \frac{Aa\sqrt{2}\sqrt{b-y}}{Bb}$; e quindi $f \cdot Aa = A \times \frac{2Aa^2 \cdot \overline{b-y}}{Bb^2} + B \times 2 \cdot \overline{b-y}$. Colla sostituzione poi de' valori di Aa, Bb dati per y risultano appunto le formole delle quali Ella fa uso.

Se l'indole di siffatti Problemi non portasse necessariamente una terza equazione, della quale non si fa da lei alcuna menzione, le sarebbe lecito oltre la condizione, che B discenda per linea retta, aggiungervi anche l'altra che discenda colla legge de' gravi cadenti. Ma siccome questa terza equazione ha luogo, così col volere nello stesso tempo verificare le due condizioni sopra enunziate, Ella rende il Problema più che determinato; e quindi la sua soluzione, a parer mio, s'allontana dal vero. La equazione $f \cdot Aa = Au^2 + BV^2$ non è altro che il risultato di due equazioni necessarie unite insieme, ciascuna delle quali convien rintracciare coll'unico dato, che B discenda per la verticale, con quella legge poi di movimento che daranno le formole finali. Per farle vedere come io sono entrato

6

120

in questa indagine, le accludo la soluzione intera del Problema, della quale mi darà poi il suo rispettabilissimo giudizio. Quello, che le posso dire si è, che, avendo tentato il Problema medesimo col metodo d'Alembert diverso dal mio, che ella può veder, quando vuole, nella sua Dinamica, i risultati concordano per, lettamente, e senza che B discenda con moto equabile, non è possibile con forze applicate nella direzione del piano alla verga, fare in modo che B descriva una linea retta.

Io sono con pienissimo rispetto

Di V. S. Illma

Ferrara li 9 Maggio 1781

Devmo ed Obbligmo Servitor

G. Francesco de' Malfatti

Problema

verga AB caricata di due masse inerti A, B scorre pel piano orizzontale AZ in virtù d'una forza motrice applicata all'estremo A della verga, ed agente per la direzione del piano AZ: si cerca la curva, che descriverà la massa B, o data la curva, si cerca il valore della forza mo=

Di cui la
...
...ituazione
... minima
...lemento
...olta an...
...della
...no riflettere
... una
...ibrata da
...la normale
... forza
... rettangolo
B per la ...
...che il corpo
...va, e quest...
...direzione
...ssa A.
AK, AC
...nella
... AC, A...
... è normal...
...er la quale
...questo si ...
...ova la massa
...iniamo ora
A e sia R
...ugeniano
BU²

13 10

All' Ill.mo Sig. Sig.r e Pron̄e Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

f Venezia

Treviso

verga AB caricata di due masse inerti A, B scorra pel piano orizzontale AZ in virtù d'una forza motrice applicata all'estremo A della verga, ed agente per la direzione del piano AZ. Si cerca la curva, che descriverà la massa B, o data la curva si cerca il valore della forza motrice in A.

AC la forza movente che chiamo p, e resti questa risoluta nelle due AH, AG, di cui la prima è nella direzione della verga, l'altra normale al piano. Supposto, che nella prima posizione della verga l'estremo A sia in V, la suppongo arrivata in qualunque situazione AB, e chiamo: $VA = z$, la normale al piano $BE = y$, $VE = x$, e immagino, che nel minimo moto della verga da B si descriva l'archetto minimo $Bn = ds$, e da A si scorra l'elemento $Aa = dz$. Abbassata la perpendicolare np infinitamente prossima alla EB, e condotta nm parallela al piano, sarà $Ep = nm = dx$, $Bm = -dy$. Chiamo poi la lunghezza della verga $AB = a$, e la y che corrisponde alla prima situazione in $V = b$. Da ultimo riflettendo, che il corpo B viaggia per una curva, da questo stesso deduco nascere in esso una forza centrifuga indipendente dalla potenza AC, la quale debb'essere equilibrata da una potenza BD normale alla curva, e in direzione opposta alla centrifuga. Nella normale pertanto alla curva, che è BZ secante il piano in Z, prendo BD eguale alla forza centrifuga, ed eccito fino alla verga la DO normale a BZ, e chiudo poi il rettangolo DBEO. Rappresenterà la BE la forza tangenziale libera, che promove B per la curva, e siccome queste due forze BD, BE s'impiegano la prima nell'impedire che il corpo M non devii dalla curva, l'altra nel movimento del medesimo per la stessa curva, e queste due forze sono equivalenti alla BO, vuol dire, che dalla forza AH nella direzione della verga una parte eguale a BO non influirà niente sul moto della massa A. Levata dunque dalla AH la $HK = BO$, restano pel movimento di A le forze AK, AG. Risolvo la AK nelle due tra di lor normali AM, AI, essendo quest'ultima nella direzione di AG. Dunque le forze che agiscono pel moto di A sono AM AG AI. Ma la forza eguale alla differenza delle due ultime cioè $AG - AI$ è normale al piano. Supposto dunque una fessura AZ orizzontale nel piano, per la quale possa scorrere la verga, il cui alzamento per AG venga impedito da un arresto scorrevole per la direzione di AZ, l'unica forza orizontale, che agisce sopra la massa A come se questa non fosse attaccata alla verga sarà AM. Determiniamo ora queste forze. Si chiamino V, u le velocità rispettive delle masse B, A, e sia R il raggio dell'osculo della curva in B. Avrem per il Teorema Ugeniano

$$BD = \frac{BV^2}{\ldots}$$

6 $BD = \frac{BV^2}{R}$. Si conducano ora sopra la BZ le normali PQ, AL e si ragioni così: i triangoli $Bmn \sim BPQ \sim BLZ$. Dunque $Bn : mn :: BP : BQ$, e così $Bn : Bm :: ZQ :: AP : LQ$, cioè analiticamente $ds : dx :: y : BQ = \frac{y\,dx}{ds}$; $ds : -dy :: \sqrt{a^2-y^2} : LQ = -\frac{dy\sqrt{a^2-y^2}}{ds}$, siccome $BQ + LQ = BL = \frac{y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}{ds}$; ma per le parallele $D\Theta$, AL, sta $BL : BA :: BD : B\Theta$, cioè $\frac{y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}{ds} : a :: \frac{BV^2}{R} : B\Theta$. Dunque $B\Theta = \frac{BaV^2 ds}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}$. Si conduca ora $\Theta\gamma$ normale sulla BP, che tagliata in R dalla ΘR. Diventan simili i triangoli Bmn, BRZ, $\Theta R\gamma$, e poi (essendo per le parallele AP, $\Theta\gamma$) $BA : AP :: B\Theta : \Theta\gamma$, cioè $a : \sqrt{a^2-y^2} :: B\Theta$: $\Theta\gamma = \frac{B\Theta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$, avremo Bm, $Bn :: \Theta\gamma : \Theta R$ ovvero $-dy : ds :: \frac{B\Theta\sqrt{a^2-y^2}}{a}$ $= -\frac{B\Theta\, ds\sqrt{a^2-y^2}}{a\,dy}$ il che fa essere $RZ = \Theta Z - \Theta R = BD - \Theta R = \frac{BV^2}{R} + B\Theta$ …
Ma $mn : Bm :: RZ : BZ$ dunque $dx : -dy :: \frac{BV^2}{R} + \frac{B\Theta\, ds\sqrt{a^2-y^2}}{a\,dy} : BZ = -\frac{BV^2 dy}{R\,dx}$ $- \frac{B\Theta\, ds\sqrt{a^2-y^2}}{a\,dx}$, ovvero sostituito il valore di $B\Theta$; $BZ = -\frac{BV^2 dy}{R\,dx} - \frac{BV^2 ds^2\sqrt{a^2-y^2}}{R\,dx \times y\,dx - \dots}$ cioè rimesso il valore di $ds^2 = dx^2 + dy^2$, e ridotti i termini al medesimo denominatore, e a minima espressione; $BZ = \frac{BV^2}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}} \times \overline{-y\,dy - dx\sqrt{a^2-y^2}}$, che è la forza libera la quale trasporta B per la curva. Onde passando all'azione avremo $\frac{BV^2 ds}{R \times y\,dx - \dots}$ $\times \overline{-y\,dy - dx\sqrt{a^2-y^2}} = BV\,dV$ ossia $\frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2}}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}} \times \frac{-y\,dy - dx\sqrt{a^2-y^2}}{\sqrt{a^2-y^2}} = BV\,dV$. Essendo poi $AP : AB :: AC : AH$, sarà analiticamente $\sqrt{a^2-y^2} : a :: p : AH = \frac{ap}{\sqrt{a^2-y^2}}$, siccome $HK = B\Theta = \frac{BaV^2 ds}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}$ avremo $AK = \frac{ap}{\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{BaV^2 ds}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}$.
Facendo finalmente $AB : AP :: AK : AM$, ovvero $a : \sqrt{a^2-y^2} :: \frac{ap}{\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{BaV^2 \dots}{R \times \dots}$: AM troveremo la forza libera AM che promuove la massa A orizzontalmente sarà $AM = p - \frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2}}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}$, onde passando all'azione, $AM \cdot Aa$, ossia $AM \times dz = A\,u\,du$, e poiché $dz = \frac{-dx\sqrt{a^2-y^2} - y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$; $\overline{p - \frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2}}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}}} \times \frac{-dx\sqrt{a^2-y^2} - y\,dy}{\sqrt{a^2-y^2}}$ $= A\,u\,du$.

Notiamo per ordine le equazioni trovate per le velocità dei due corpi.

1.ª $\frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2} \times dz}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}} = BV\,dV$; 2.ª $p - \frac{BV^2 ds\sqrt{a^2-y^2} \times dz}{R \times y\,dx - dy\sqrt{a^2-y^2}} = A\,u\,du$, e siccome per la ragione che gli spazietti Bn, Aa son passati nello stesso tempo vale l'analogia $V : u :: ds : dz$, risulterà l'equazione 3.ª $V = \frac{u\,ds}{dz}$.

Ciò posto, ed unite insieme le equazioni 1.ª e 2.ª risulta $p\,dz = BV\,dV + A\,u\,du$. Facciamo

Facciasi ora per brevità $\frac{A+B}{B} = n$, e nascerà $\frac{p\,dz}{B} = VdV + \overline{n-1}\cdot u\,du$. Servendosi delle sostituzioni fatte nel Problema della verga, in cui la potenza unica motrice era il peso del grave B, sarà $dz = \frac{vydy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$; onde supposto dz costante si trae $ddy = \frac{-a^2dy^2}{y(a^2-y^2)} - \frac{dydv}{v}$, $ddx = \frac{ydydv}{v\sqrt{a^2-y^2}}$, e siccome $ds = \frac{-dy\sqrt{n^2a^2+2nvy^2+v^2y^2}}{n\sqrt{a^2-y^2}}$; e per l'analogia $V : u :: ds : dz$ si ha $V^2 = \frac{u^2ds^2}{dz^2} = \frac{n^2u^2ds^2\times \overline{a^2-y^2}}{v^2y^2dy^2}$, essendo il raggio d'osculo $R = \frac{ds^3}{dyddx - dxddy}$, sarà $\frac{V^2ds}{R} = \frac{nu^2(ydv\times \overline{a^2-y^2} + \overline{n+v}\cdot a^2dy)}{v^2y^2\sqrt{a^2-y^2}}$; e finalmente $\frac{dz}{ydx-dy\sqrt{a^2-y^2}} = \frac{-vy}{na^2+vy^2}$. Dalla equazione $V^2 = \frac{u^2ds^2}{dz^2}$, si deduce colla differenziazione

$$VdV = \frac{ududs^2+u^2dsdds}{dz^2} = -\frac{nu^2(ydv\times \overline{na^2+vy^2} + na^2vdy) + vyudu\times \overline{na^2+2nvy^2+v^2y^2}}{v^3y^3}$$

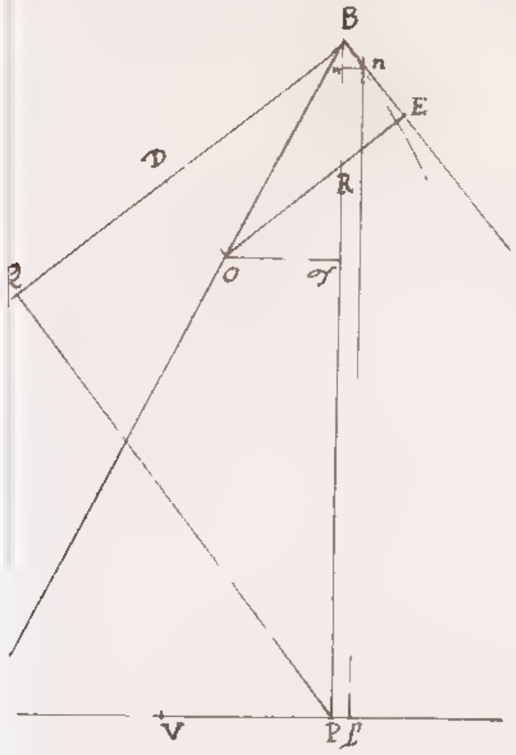
sostituendo poi nell'equazione I.ª divisa per B il sopra trovato valore di $\frac{V^2ds}{R}$ e di $\frac{dz}{ydx-dy\sqrt{a^2-y^2}}$ si troverà un altro valore di VdV; e di questi due valori si formerà un'equazione divisibile per $n^2u^2+2nvy^2+v^2y^2$; cosicché rimarrà in fine 3.ª $\frac{du}{u} = \frac{na^2ydv+na^2vdy}{vy\times \overline{na^2+vy^2}}$. Introdotti poi i sopranominati valori nella equazione 2.ª avrem la 4.ª $\frac{pvydy}{Bn\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{nu^2(ydv\times \overline{a^2-y^2} + a^2dy\times \overline{n+v})}{vy\times \overline{na^2+vy^2}} = \overline{n-1}\cdot udu$.

Data dunque la potenza p per v, e y coll'ajuto delle equazioni 3, 4 si avrà una quinta equazione tra v, e y, onde sarà data v per y,* cioè la curva, che descrive il corpo B. Data poi la curva, che descrive il corpo B, colle due superiori equazioni 3.ª e 4.ª si avrà il valore della potenza p, che dà moto al sistema dei due corpi. Si voglia per esempio, che sia tale p, onde B discenda per la retta BQ. In tal caso è costante la $VQ = x = \sqrt{a^2-b^2}$, e poiché $dz = -dx - \frac{ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$ diventando $dx=0$, sarà $dz = \frac{-ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Ma abbiam fatto $dz = \frac{vydy}{n\sqrt{a^2-y^2}}$. Dunque $v=-n$, e $dv=0$. Sicché l'equazione 3.ª diventa $\frac{du}{u} = \frac{a^2dy}{y(a^2-y^2)}$, che integrata somministra $u = \frac{Cy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, essendo C una costante. Si vede, che questa costante non può esser zero, altrimenti la velocità di u sarebbe sempre = 0. Ma nella prima posizione della verga $y=b$. Dunque al punto V deve la massa A avere la velocità iniziale $\frac{Cb}{\sqrt{a^2-b^2}}$. Andiamo avanti. Nella nostra ipotesi diventa $ds = -dy$. Ma sta $V : u :: ds : dz = \frac{-ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Dunque sarà $V : \frac{Cy}{\sqrt{a^2-y^2}} :: \sqrt{a^2-y^2} : y$, che dà $V = C$. Onde la velocità che avrà B nel principio, e nel proseguimento della sua discesa sarà una velocità costante, e il moto di B sarà equabile. Sostituito per tanto V in luogo di C sarà $u = \frac{Vy}{\sqrt{a^2-y^2}}$. Fatto finalmente uso del valore di u, e di v nell'

* onde sarà data v, per y, e ... di la dz e in conseguenza la relazione eziandio tra x, e y ... e

6

nell'equazione H^a si troverà la potenza $p = -\frac{(n-1) BS V^2 a^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$ cioè $p = -\frac{A a^2 V^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$, la quale riuscendo negativa, agirà non secondo la direzione di AZ; ma secondo la direzione di AV. Se la prima posizione della verga è verticale, in V diverrà $y = a$. Dunque infinita la velocità di A, ma infinita eziandio la forza p in senso contrario; e sempre BS discende equabilmente colla velocità costante V. Se il corpo A è nullo, nulla è la forza motrice, e non ha luogo che una forza acceleratrice $\frac{p}{A} = -\frac{a^2 V^2}{\overline{a^2-y^2}^{\frac{3}{2}}}$.


B
n
E
D
R
Q
O
σ
V
P
L

124 … 25.1722

Pietro
ed o
Reac
sbona
to d
ire
lla na
eccia
alla
o.
o XX
strar
i, di
uio
Brod
ta d
lusine
no fa
ostra
iti p
accu
sa da
ioni
endin

Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo 1 3

Molto Rev.do Sig.re Sig.re Sig.re Pron Col.mo 1 2 9

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron Col.mo 1 2 7 1 3

Il Sig. Pietro Giannini Toscano, che fu discepolo di mio Fra= tello, ed ora è Prof. di Matematica a Segovia, e Socio della Reale Accademia di Scienze ultimamente eretta in Lisbona, desidererebbe di aver sotto gli occhi il Trattato di Artiglieria, di cui V.S. Ill.ma si serve per istruire i Convittori di cotesto Collegio Militare. Se Ella non ha difficoltà di aderire alle sue premure, lo faccia trascrivere, ed io tengo ordine di sup= plire alla spesa, e di spedirgli il Trattato per Li= vorno.

Il Tomo XX. del Giornale di Modena avrà letto quella Dissertazione sopra la figura, o lo Sfiancamento degli Archi, di cui tempo fa mi richiese qualche notizia. Un mio Articolo sopra il Suono falso è contenuto nel Prodromo della nuova Enciclopedia Italiana ideata dal Sig. Ab. Lorri di chiara memoria. Io mi lusingo di aver scoperta la vera natura del Suono falso, che viene prodotto da quei corpi, le cui vibrazioni non sono isocrone, ma dentro certi limiti passano dall'acuto al grave, e dal grave all'acuto. Anche nella Raccolta Ferrarese intra= presa dal Sig. Ab. Maloni ho inserite due Disser= tazioni. L'una tratta del Moto di discesa, o di ascendimento dei Corpi gravi nei Mezzi fluidi, e l'altra

124

e l'altra dei due Generi di Resistenza, che nascono dalla inerzia della materia, e riguardano il moto dei corpi solidi dentro dei mezzi fluidi.

Il Sig. Colonnello nemico capitale dell'ozio averà certamente per mano qualche bell'Opera, ed io averei per singolar favore, se dei presenti suoi studj mi desse qualche contezza. Ella fa grande onore all'Italia, e tutto ciò che ha pubblicato è ben degno di Lei. Conservi la sua preziosa salute tanto unita al progresso della Matematica, m'impartisca i suoi comandi, e si degni di credermi quale col maggiore rispetto mi dichiaro

Di V.S. Ill.ma

Treviso 11. Maggio 1761

Ill.mo Sig.r Colonnello Anton-Mario Lorgna. Verona.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Sig. Padrone Col.mo 13

Molto Rev.do Padre Sig.re Sig.ra Padrone Col.mo 124

124

6

Ill.mo Sig. Sig. Padrone Col.mo 13

Molto Rev.do Padre Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 124

Op

Poichè V. P. Molto Rev.da abbia avuto la sofferenza di leggere nel Tomo XXI. del Giornale di Modena, che una mia Dissertazione, che contiene l'Esame del Sistema Musicale di M. Rameau, la supplico a comunicarmi intorno ad essa il suo riputatissimo sincero parere. Quantunque un tale Sistema in parecchie cose non si accordi colla verità, nulladimeno esso è accettato non solo dalla Francia parzialissima per gli Autori nazionali, ma ancora dall'Inghilterra, ed in parte ancor dall'Italia. Ho creduto dunque necessario il predetto Esame per ottenere l'intento, che specialmente la Gioventù Italiana non riceva il Sistema Francese universalmente.

Nel Tomo XXII. Ella leggerà l'Esame del Sistema Musico del Sig. Giuseppe Tartini, e nel XXIII. le Riflessioni sopra il Libro primo della Scienza teorica, e pratica della moderna Musica del P. Francescantonio Vallotti. Versano le mie Riflessioni principalmente intorno a quei punti nei quali il P. M. Vallotti discorda dal mio Saggio sopra le Leggi del Contrappunto senza per altro mai nominarlo. Avendo premesso nella Prefazione il P. M. Vallotti, che non molto dopo del primo

All' P. M. VI. gll.: Firenze 12. Mag.° 1781.

Sig. Co: Giordano Riccati / Treviso /

Dev.mo Obb.mo Ser.e
Giuseppe Molini

primo Libro si sarebbe dato alla luce il secondo, i PP. del Santo si lusingavano, che si trovasse almeno o compiuto, o pressochè compiuto nei Manoscritti del ch. Autore. Li consegnarono perciò al P. Barca Somasco Professore dell'Università, ed intelligente di Musica, sperando ch'egli potesse mettere insieme il secondo Libro, e forse ancora il terzo. Dopo lungo tempo il lodato Padre restituì i M.SS. affermando, che non gli era riuscito di unire non solo i predetti Libri, ma neppur qualche cosa, che pubblicandola facesse onor all'Autore. Il P. Vallotti si è messo troppo tardi a scrivere la sua Opera. Dopo il primo Libro teorico, era molto desiderabile, che uscissero i due Libri pratici secondo, e terzo, che avrebbero contenuto delle cose interessantissime.

Non so se le siano cadute sotto degli occhi le <u>Notizie di Monsig. Agostino Steffani Vescovo di Spiga</u> &c. da me pubblicate nel Tomo XXXIII. della Nuova Raccolta di Opuscoli, che si stampa dalli Occhi in Venezia. In queste faccio menzione con espressioni di ben dovuta stima della riveritissima di Lei Persona.

Leggendo

Ill.mo Sig. Sig. Prone Col.mo 13

171

Leggendo la sommamente applaudita Traduzione dei Salmi del Sig.r Saverio Mattei, ho compreso che V. P. Molto Rev.da ha posto in Musica il Salmo XXIV. Ella ha scelto un Salmo, la cui versione è altissima a ricavare una Musica ecclesiastica, e che può riuscire assaissimo dilettevole per le espressione di varj affetti. Io so di essere troppo ardito, ma pure mi do coraggio di supplicarla di inviarmi una copia del Salmo predetto, desiderando ardentemente di gustare quella Musica, colla quale l'avrà Ella eccellentemente adornato. Per questa grazia io le professerò infinita obbligazione, e desiderando gli incontri di poterla servire; con pienissimo rispetto ho l'onore di rassegnarmi

Di V. P. Molto Rev.da

Treviso 11. Maggio 1781.

Molto Rev.do P. Giambatista Martini. Bologna

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

[Risp.]to V.S. Ill.: Firenze 12. Mag.o 1781.

Sig. Co: Giordano Riccati / Treviso /

Dev.mo Obb.mo Ser.e
Giuseppe Molini

Ill.mo Sig. Sig. Padrone Col.mo 13

Rispondo al primo articolo della pregiatissima lettera Or

Ill.mo Sig. Sig. Pron Col.mo 133

In replica della fav.ma Lettera di V.S. Ill.ma de 4. Corr.te Ricorrendo questa Notte appunto la mia periodica gita a Venezia, porto al Sig. Sebastiano Coleti per di Lei Conto due Copie delle nuove Esperienze Idrauliche del Ximenes da Lei desiderate, ed Ella si compiacerà di farsele riconoscere, e dal pred.to Sig. Coleti mi farò rimborsare del Prezzo ascendente a £: 22. — nri, compreso un Paolo per la legatura in cartone delle suddette due Copie, e spero che gradirà la facilità che io le vengo a fare di portargli i detti libri esenti da ogni spesa, e così gli ottiene al prezzo med.mo degli associati di quà.
E qui sempre disposto ai Suoi Comandi con tutto il rispetto hò l'onore di confermarmi

Di V.S. Ill.ma

Firenze 12. Mag.o 1781.

Sig. Co: Giordano Riccati (Treviso)

Dev.mo Obb.mo Ser.re
Giuseppe Molini

124 [illegible]

6 132

134 [illegible]

[illegible]

Ill.mo Sig. Sig. Padrone Col.mo

Rispondo al primo articolo della sua pregiatissima lettera

ANNO 1781.

NOTA DE' VIAGGI PER VENEZIA DI GIUSEPPE MOLINI PROCACCIO

DI S. A. R. IL GRAN-DUCA DI TOSCANA
IN QUEST'ANNO PRESENTE 1781.
A COMODO DELLE PERSONE CHE VORRANNO FAVORIRLO DELLE LORO COMMISSIONI.

Giorni della Part. da Firenze per Venezia.	*Giorni dell' Arrivo a Venezia.*	*Giorni della Part. da Venezia per Firenze.*
27 Gennajo	31 Gennajo	3 Febbrajo
3 Marzo	7 Marzo	10 Marzo
7 Aprile	11 Aprile	14 Aprile
12 Maggio	16 Maggio	19 Maggio
16 Giugno	20 Giugno	23 Giugno
21 Luglio	25 Luglio	28 Luglio
25 Agosto	29 Agosto	1 Settembre
29 Settembre	3 Ottobre	6 Ottobre
3 Novembre	7 Novembre	10 Novembre
8 Decembre	12 Decembre	15 Decembre

Si avverte, che nel grande Inverno si ritarda sempre un giorno, salvi gli accidenti fortuiti, dai quali Iddio preservi tutti.

All'Ill.mo: Sig.r Sig.r Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

franca in
Venezia

Treviso

Rispondo al primo articolo di sua pregiatissima lettera riguardo al S. Professore Giannini. Il Trattato elementare di artiglieria, che si adopera nel Collegio nostro è quello di M. le Blond Francese, libro, ch'è stato tradotto e stampato anche a Venezia presso Antonio Locatelli. Vi si è aggiunto tutto ciò, che riguarda il calibro de' Pezzi in uso nostro, avendovi cose che sono comuni a tutti i Governi, ed altre che nol sono, alle quali ci siamo determinati di sostituire quelle che ci appartengono da vicino. Lo stesso può farsi a Segovia. Sia il medesimo Libro, un fondamentale Trattato elementare, e vi si aggiunga ciò che riguarda immediatamente l'artiglieria Spagnuola. Il caso è analogo a quello delle misure e de' pesi. non è possibile che si faccia un trattato, che tutte abbracci le artiglierie soggette a mutazioni di tutte le nazioni. Se il S. Giannini volesse far uso de' nostri metodi, troverebbe, che non possono essergli d'utilità in Ispagna, nè di alcun uso. Oltre di questo libro gli scriva, che si provveggia di St. Remy dell'ultima edizione, ove sono unite sino alle più moderne pratiche di artiglieria: di questo pure facciamo uso. Eccole tutto.

Vengo a' nostri studj. mi riserbo di vedere l'opera sua sugli sfiancamenti degli Archi, allorchè avrò a dar mano ad un'operetta che giace da molto tempo, in cui dee essere trattata questa materia. Ora non posso, essendo occupato nel compiere una

Operetta, che sarà inserita nel p.° volume della Società Italiana, che sta combinandosi. Ella per tante lettere, che le faccia nelle forme d'invito fatto agli altri, e che si continua a fare per questa Libera Società Patria. Ogni due anni si pubblicherà un Tomo di memorie. Ma come la facitura del Carattere si accelera più di quel ch'io credeva, non a Sett.e ma a Maggio venturo si potrà dar principio alla stampa. Ormai i Soci son 13. tra quali il S. de la Grange, ch'è nostro, li SS.ri Spallanzani, Volta, Ximenes, due fratelli Fontana, Cav.r Landriani, gli astronomi di Brera a Milano, ed altri uomini distinti d'Italia. Così almeno vedremo sempre le nostre Cose in un volume unite, e raccolte, e son certo, che sin da' primi Alboni principieranno a comparire frutti maturi di questa Scelta Compagnia. Ella ben vede, che non è questo nè un Giornale a prezzo, nè una raccolta di Opuscoli; egli è un deposito, un Corpo di atti di soggetti scelti, è un accademia Italiana libera, ma accademia di Scienze ed arti del fiore degli uomini Italiani. Come mai le estere Nazioni possono essere a parte delle nostre scoperte, de' nostri lavori? Un opera bisogna vederla in un Giornale, un altra in una raccolta, un altra volante ricercarla col carino. Quando un estero provvede gli atti della Società Italiana, ha ivi raccolto tutto. Prego V.S. Ill.ma ad onorarmi di qualche cenno in questo proposito e a continuarmi la sua preziosa grazia, mentre sono con vero ossequio e rispetto.

D. V. S. Ill.

Dev.mo Obb.mo Ser. Ri.

~~Ant~~ Lorgna

Lettera al Sig. Gianfrancesco de' Malfatti.
14. Maggio 1761.

di questo
elle 4. Co
piu tal m

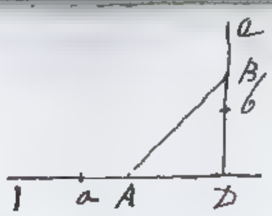
regola lice
il vivo
rispetto a

Copiati al Sig. Molini Fatti 11 – lire 11:4
Consegna dell'involto alla Posta – :1
Σ 11:6

Umo Devmo Obbmo Servitore
Sebastiano Ricchi

Vero
Carli

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo



139

Quando V. S. Illma ha disapprovata la mia soluzione, non ha riflettuto, che in essa suppongo grave il corpo B: Fingasi verticale la prima posizione della verga AB; il peso B non discenderà mai per la verticale CD, se al punto A della verga situato in D non sia stata impressa velocità per la direzione DI, che ho dimostrato dover esser uguale a $\sqrt{a}$, la qual velocità viene poscia ritardata dalla forza orrizontale $\frac{-2a^3+3a^2y-y^3}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$, la quale fa sì, che le convenga il valore $u=\frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}}$, che gradatamente passa da $\sqrt{a}$ al nulla. Mediante la velocità impressa al punto A della verga, che si suppone priva di materia, può ~~il grave~~ la gravità del corpo B esercitare azione, la quale si trasfonde nella unica massa B, che per conseguenza discende colla legge dei gravi liberamente cadenti. In fatti dovendo stare la velocità u del punto A alla velocità v del corpo B come $Aa=\frac{-ydy}{\sqrt{a^2-y^2}}$: $Bb=-dy$, cioè come $y:\sqrt{(a^2-y^2)}$, preciasi $y:\sqrt{(a^2-y^2)}::u=\frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}}:v$, e si troverà $v=\sqrt{(2a-2y)}$, qualmente richiede la legge dei gravi, che discendono liberamente.

Suppongasi ora il corpo B privo di gravità, e nel punto estremo A della verga AB collocata la massa A, e si cerchi il valore della forza f orrizontale, la cui

aziona

Capati al Sig. Molini Padre AA - lire AA: A
Consegna dell'originale alla Persa — : ?
II AA: 6
Umo Devmo Obbmo Servitore
Sebastiano Canterzani

Ill. Vero
Carli

azione ottenga l'effetto, che il corpo A si muova orizzontalmente verso I, ed il corpo B discenda verticalmente. Avremo pertanto $f.Aa = Audu + Bvdv$, e quindi $\int f.Aa = \frac{Au^2 + Bv^2}{2}$; ma $Bb : Aa :: v : u$; dunque $u = \frac{Aa}{Bb}.v$. Dalla sostituzione di questo valore ne nascerà $\int f.Aa = \left(\frac{A.(Aa)^2 + B.(Bb)^2}{2.(Bb)^2}\right).v^2$, e poichè $Bb = -dy$,

$Aa = \frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}}$, scopriremo $\int f.\frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = \left(\frac{Ay^2+Ba^2-By^2}{2(a^2-y^2)}\right)v^2$,

e differenziando $f.\frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = \left(\frac{Ay^2 + [illegible].B}{2.(a^2-y^2)}\right).vdv +$

$v^2.D\,\frac{Ay^2}{2.(a^2-y^2)} + \frac{B}{2} = \left(\frac{Ay^2}{2(a^2-y^2)} + \frac{B}{2}\right)vdv + v^2\left(\frac{Aydy}{a^2-y^2} + \frac{Ay^3dy}{(a^2-y^2)^2}\right)$

$= \left(\frac{Ay^2}{2(a^2-y^2)} + \frac{B}{2}\right)vdv + v^2\left(\frac{Aa^2ydy}{(a^2-y^2)^2}\right)$, e finalmente

$$f = \left(\frac{Ay^2+B(a^2-y^2)}{2\sqrt{(a^2-y^2)}}\right).\frac{vdv}{-ydy} - \frac{Aa^2v^2}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

E qui sembrami manifesto, che il problema, che abbiam per le mani, purchè si intenda scavato un canale DC, da cui non esca B dal [...], ammetta infinite soluzioni, cercandosi qual forza orizzontale s'abbia da applicare al corpo A, acciocchè il corpo B discenda per la verticale BD con quella legge di velocità, che gli converrebbe se la gravità, di cui fosse fornito, seguitasse piuttosto una legge che un'altra.

Venga il corpo B stimolato dalla gravità costante B, e come è noto discenderà liberamente colla velocità $v = \sqrt{2b-2y}$

Avremo

Avremo dunque $v^2 = 2b - 2y$, ed $v\,dv = -dy$, e per conseguenza $f = \frac{Ay^2 + B(a^2-y^2)}{2y\sqrt{a^2-y^2}} - \frac{Aa^2\cdot(2b-2y)}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}} =$

$$\frac{B\sqrt{(a^2-y^2)}}{y} + \frac{A(3a^2y - 2a^2b - y^3)}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{B\sqrt{(a^2-y^2)}}{y} +$$

$$+ A\cdot\left(\frac{y}{\sqrt{(a^2-y^2)}} - \frac{2a^2\cdot(b-y)}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Noto, che la forza f si divida in due parti. La prima $\frac{B\sqrt{(a^2-y^2)}}{y}$ colla sua azione $\int \frac{B\sqrt{(a^2-y^2)}}{y}\cdot\frac{-y\,dy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = B\cdot(b-y) = \frac{Bv^2}{2}$ produce la forza viva nel corpo B, la seconda colla sua azione $\int A\left(-\frac{y^2dy}{a^2-y^2} + \frac{2a^2y\,dy(b-y)}{(a^2-y^2)^2}\right) = \frac{A\cdot y^2\cdot(b-y)}{a^2-y^2} = \frac{Au^2}{2}$ produce la forza viva nel corpo A. Quando $y=b$, si trova $v=0$, $u=0$; e quando $y=0$, ne risulta $v=\sqrt{2b}$, $u=0$. Quindi u ha un massimo valore, che corrisponde alla formola $-\frac{y^2dy}{a^2-y^2} + \frac{2a^2y\,dy(b-y)}{(a^2-y^2)^2}$ $= 0$. ~~ed allora si raccoglie~~ ~~conseguenza si incontra difficoltà~~. Passiamo dunque a considerare l'ipotesi di $b=a$. Se $y=a$, abbiamo nel primo istante del moto $= 0$ la porzione di forza che ~~genera la forza viva nel~~ corpo fa discendere il corpo B, la qual forza per altro dee considerarsi, come vedremo, del genere delle nascenti. L'altra porzione di forza che si impiega a movere il corpo A, la

Pagati al Sig. Molini Batti 11 - lire 11:4
Consegna dell'involto alla Posta — :1
L 11:6

Umo Devmo Obbmo Servitore
Sebastiano Cosatti

la scopriremo eguale ~~nel punto D~~ generalmente ad $A\left(\frac{y}{\sqrt{(a^2-y^2)}}\ \frac{-2a^2}{(a+y)\cdot\sqrt{(a^2-y^2)}}\right)$, e sarà sempre negativa, eccettuato il caso di $y=a$, in cui diverrà $=0$, ed anche questa apparterrà al ~~sarà del~~ genere delle nascenti. Restaremo di ciò convinti riflettendo, che la velocità del corpo A, cioè a dire u, s'eguaglia ad $y\cdot\frac{\sqrt{(2a-2y)}}{\sqrt{(a^2-y^2)}} = \frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{(a+y)}}$, e si trova $=\sqrt{a}$, quando $y=a$. Bisogna dunque nel punto D supporre impressa al corpo A la velocità $=\sqrt{a}$, la quale fa sì, che inclinandosi la verga e divenendo y minore di a, nascano le due predette porzioni della forza orizzontale, che colle loro azioni cangiano lo stato ~~che generava la forza viva~~ dei due corpi A, B.

Suppongo ora, che il corpo B abbia da discendere verticalmente con celerità costante $=c$, di modo che sia $dv=0$. Avremo dunque $f=-\frac{Aa^2c^2}{(a^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}$, e quando $y=a$, $f=-\frac{Aa^2c^2}{0}=-\infty$, e posto $y=0$, $f=-\frac{Ac^2}{a}$. Stando $-dy : \frac{-ydy}{\sqrt{(a^2-y^2)}} ::$ $v=c : u$, ne risulta la velocità del corpo A $=u=\frac{cy}{\sqrt{(a^2-y^2)}}$, la quale è infinita nel punto D, e nulla, quando $y=0$. La forza f da principio infinita ritarda la primitiva velocità infinita del corpo e la riduce ben presto finita quando y è medio fra a ed

ed il nulla, di modo che $\sqrt{(a^2-y^2)}$ sia quantità finita
In riguardo al presente problema è nulla la porzione
della forza f che accelera il corpo B
Questa riflessione giova per conciliare la diversità
delle nostre opinioni. Se si supponga scavato un
canale DC, da cui non possa deviare il corpo B,
egli è certo, che per opera d'una forza orizzontale
applicata al corpo A, io potrò far discendere ver-
ticalmente il corpo B con innumerabili leggi di
leggi di velocità. Eccettuato il caso, che la
velocità del corpo B sia equabile, ci sarà sempre
una porzione di forza orizzontale, che col mezzo
della verga AB altererà la velocità del corpo B,
il che richiede necessariamente, che l'uno, o l'
altro lato del canale sostenga pressione. Per la
qual cosa nell'unica ipotesi di v costante può
il corpo B discendere liberamente per la verticale,
e negli altri tutti si renderà necessario il canale
per ottenere l'intento; e quindi levato il canale
il corpo B descriverà una curva.
La sua soluzione è degna di Lei, e conducendo al giusto,
non ci è maraviglia, che anche col metodo del Sig.r di
Alembert si incontrino le medesime conseguenze. Ella
mi onori di credermi quale mi sottoscrivo

Di V.S. Ill.ma

Treviso 16 Maggio 1761.

Divot. Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Gianfrancesco
di Malfatti. Ferrara

Pagati al Sig. Molini Vatti 11 lire 11:4
Consegna dell'involto alla Posta — :2
Σ 11:6

G.mo Dev.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Riccati

Illmo. Sig.re Sig.re Pron Colmo.

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo 145

co di questo
nelle 4. Co=
bria tal in=

oregola lice
n il vivo
rispetto a

Dal Sig. Giuseppe Molini di Firenze ho ricevuto due involti per V.S. Illma, e l'incarico anche dal medesimo di pagarsi per di Lei conto paoli ventidue. Quantunque io non ne abbia da Lei ricevuto alcun ordine, nulla ostante in vista della persona onesta, che li comandava, gli ho subito pagati. Supponendo poi, ch'Ella sia avere i due sopranominati involti, perciò li ho spediti oggi impacchettati in un involto mio per il Corriere, da cui saprà riceverli. Ella mi darà credito per ciò mio, come dal qui appiè conto, di lire 22:6

Frattanto disposto sempre a' di Lei comandi, niuno di vera stima passo a protestarmi

Di V.S. Illma

Venezia li 14 Maggio 1781

Pagati al Sig. Molini paoli 22 lire 22:4
Consegna dell'involto alla Posta — :2
L 22:6

Umo Devmo Obblmo servitore
Sebastiano Coleti

Vero
Carli

144

145

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron Col.mo

co di questo

nelle 4. Co

orrie tal in

regola lice

m il vivo

rispetto a

re

) Vero

Carli

01

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo
il Sig. Giordano Riccati
con un Fagotto
segnato suo nome
Treviso

Illmo Sig.re Sig. Pron Colmo

Dal pregiatissimo foglio di V.S. Illma 12. st. ricevuto p. mezzo di questo Nob.e Sig.re Conte Rinaldi, sento il difetto, che hà ritrovato nelle 4. Copie Prodromo, che a vista hò consegnato a d.o Sig.re, spiacendomi tal inconveniente.

Mi ardisco unirle due piccoli Prodotti ora Stampati, che pregola ricevere in attestato di quella Stima, che Le professo, mentre con il vivo desiderio di Suoi grati Comandi, passo con il più profondo rispetto a dichiararmi ——

Di V.S. Illma

Siena 22. Mag.o 1781.

Umilmo Dmo Servre Vero
Giuseppe Pazzini Carli

1446

il

tion zo

ical ie,

al cen

di ala

m: vio

e, ez

ione

con vo

vel, ne

ffi erò

evi

in, sco

tra ledo

tum io ine

or ne ntr

fi= il

r.

6

Sig.
il
casa
la
V.S.
di
più
par
nostro
Ital
pub
ma
son
a l
Ton
Mi
si
cha
un
Mag
sta
aggo
ra

ser
via
fav

Il Sig. Colonnello Lorgna adopra nel Collegio Militare di Verona il Trattato elementare di Artiglieria di M.r le Blond Francese, al quale ha aggiunto tutto ciò, che riguarda il calibro de Pezzi, secondo che qui si costruisce. Lo stesso può V.S. Ill.ma fare a Segovia. Si può in oltre alla provedderre di S.t Remy dell'ultima edizione, ove sono unite le più moderne pratiche dell'Artiglieria: di questo Libro parimente il Sig.r Lorgna fa uso.

Questo valente Geometra vuol unire una privata Società Italiana di Scienze ed Arti, la quale ogni due anni pubblichi un Tomo di Memorie. Ha fatto generosamente iscritto anche a me; e sono al presente i Soci sono 13., tra quali il Sig. de la Grange, ch'è Italiano, e li Sig.ri Spalanzani, Volta, Ximenes, due fratelli Fontana, Cav.r Landriani, gli Astronomi di Brera e Milano, ed altri Uomini distinti di Italia. Così si vedranno unite in un Volume, le produzioni Italiane, che per l'addietro bisognava cercare una in un Giornale, un'altra in una Raccolta, un'altra volante &c. Nel Maggio venturo si comincerà a dar principio alla stampa, ed ancor io manderò una Dissertazione [...]ggo presentemente la Nuova Speranza Idraulicha recentemente pubblicate dall'Ab. Ximenes, che

sono

servazione, sì perche ho procurato [...] materia per se stessa oscurissima, sì perché m'è riuscito di farci per entro qualche non dispregevole scoperta, e

di

152

Si notava altresì alcun picciolo neo, che andavò opportunamente segnando, nelle speculazioni per altro sublimi del chiarissimo Autore, e singolarmente quello, ch'egli ometta la metà dei suoni, che può produrre una lamina, pretendendo che un nodo, o sito di quiete non possa mai cadere alla metà della lunghezza della lamina stessa. Faccio vedere il contrario rispettivamente ai cilindri, e la mia Dimostrazione s'accomoda interamente alla lamina. L'esperienza poi favorisce i miei pensamenti; imperciocchè sostenendo in bilico la lamina sopra un dito, ed indi battendola, rende un suono chiaro, che non viene punto frastornato dal dito, che la tocca in un sito immobile. Intraprenderò quanto prima la copia della Dissertazione, e compiuta che sia gliela spedirò, supplicandola a leggerla, ed a communicarmi la sua sincera riputatissima opinione. E nuovamente ringraziandola dell'onore, che mi ha impartito, e cogli attestati di costante stima e rispetto mi sottoscrivo

Di V.S. Ill.ma

Treviso 25. Maggio 1741

Ill.mo Sig. Colonnello Anton-Mario Lorgna. Verona.

Umil. Divot.mo Obb.mo Ser.re ed Amico
Giordano Riccati

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo   153   9

Illma ve
amenad
gizia.
lare Ti de
li l'ultim
l applica
precisamente
nale, ed i
il S. Fan
nemoria,
instruzione
Pavia, con
vol Zarel
S. ma, effi
: avessevi
evidenza,
il seguente
caso venuto
icamj esser
ono infi=

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

153 9

Il Sig. Gio. Schiopalalba ha ricevuto le lire sett: 6, le quali sono in pareggio a saldo del di Lei conto. Tra pochi giorni uscirà il tomo 8° degli opuscoli, che cascarò qualche occasione di mandarvelo senza spesa. Frattanto di nuovo ringrazio di Lei co[mandi]; [illegible] e [illegible] la stima mi protesto

[illegible] Ill.ma
[illegible] li 28 Marzo 1758

Dev.mo Obb.mo Serv.re
Sebastiano Gioti

Il Chiar.mo P. Martini in una sua cortesissima lettera mi ha proposto alquante interrogazioni, o siano opposizioni intorno alla mia ultima operetta [illegible]

di quei
per Stefani
s'aggiungesse

Il Chiar.mo P. Martini in una sua cortesissima lettera mi ha proposto alquante interrogazioni, o siano opposizioni intorno alla mia ultima operetta

Al Nob.le Sig. Sig. Pat. Col.mo

Sig. Giordano Co: Riccati

Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Dopo una lunga, ed intensa meditazione forse inutile sopra le dottissime difficoltà di V. S. Ill.ma ecco quello, che coerentemente a ciò, che scrissi al S.r d'Alembert

155

Ill.mo Sig.r Pron Col.mo

Ho consegnato al P.re Fontana mio collega le memorie, che io aveva raccolto per la vita del N. U. Benedetto Marcello, ed egli mi ha già distesa la vita in latino molto elegantemente con cui più facilmente si conserverà la stima di questo ammirabile scrittore, come non mai perirà la memoria di Monsignor Stefani mercè delle diligenze di V. S. Ill.ma. Ora alla vita io bramerei, che si aggiungesse un catalogo di tutte le opere dell'Autore. Ma in questo trovo difficoltà, singolarmente perchè le composizioni, che erano nell'Ecc.ma Casa Ascanio Giustiniani sono state disperse. V. S. Ill.ma mi farebbe cosa molto grata, se mi trasmettesse un indice delle composizioni musicali inedite di questo Autore, che si trovono appresso di sè, ovvero me lo procurasse d'altronde, salva che dalla Ecc.ma Casa Sassis, perchè da questa già lo tengo. Segnatamente desidero intendere quale sia l'argomento della celebre cantata intitolata la Cassandra, della quale fà menzione il Sig.r Conte Algarotti, perchè le memorie, che io tengo intorno a questa, sono contradittorie.

Il Chiar.mo P. Martini in una sua cortesissima lettera mi ha proposto alquante interrogazioni, o siano opposizioni intorno alla mia ultima operetta [illegible]

156

Quinte successive, ed hanno qualche analogia con alcuni di quelle, che V. S. Ill.ma mostra si è degnata di accennarmi nel passato Autunno. Io ho risposto al P. Martini, e spero che ne rimanga contento; ora stamperò la risposta, e V. S. Ill.ma secondo il solito sarà de' primi ad averla. Il P. Martini niente tocca l'opinione, sopra cui V. S. Ill.ma principalmente si fonda, cioè il concetto primario della voce Musica, che sia un accoppiamento di più voci, le quali ad un tempo si ascoltano, ovvero si propongono. E se il P. Martini nelle sue difficoltà, o dimande fondato si fosse sopra questo principio, io niente avrei detto, perchè io lo venero, quantunque non sia mio. Conosco quanto sia lunga, e complicata la serie delle conseguenze, che ne vengono, o che se ne possono dedurre; e stimo che sia buono di lasciarne in tutto il giudizio alla posterità.

Godo di questa occasione per ricordare a V. S. Ill.ma la mia persona, e il mio ossequio, e la mia sincera affezione; e tutto offerendomi a suoi comandi, e desiderandole dal Cielo ogni maggiore prosperità, di cuore mi professo.

Di V. S. Ill.ma

Milano sotto [?] de' Nobili 30. Maggio 1781. Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Servitore

Giovenale Sacchi B.

Ill.mo Sig.r Sig.r Pad.ne Col.mo

Dopo una lunga, ed intensa meditazione forse inutile sopra le dottissime difficoltà di V.S. Ill.ma vedo, rilevo, che coerentemente a ciò, che scrissi al S.r d'Alembert

di numeri
no rappre=
=:
variabile,
, dunque
razioni.
da alcuni
na quantità
sinistra
etessa
cioni, e
che
ra, che
desima
di natura
ute della
della
sinistra
$l'a^{\frac{1}{3}}$, ma
fosse
$\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

oni Ill.i

Ill.mo
amina
gizia.
tori di
li l'ultim
applica=
plissimi.
nale, e di
il P. Fon=
nenorie,
indirazione
Pavia, con
ed involt
Sign. effi=
: averevi
evidenza,
il superfluo
anto vi era
icamente
one infi=

All' Ill.mo Sig.re Sig.r Pron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

BB

10

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Dopo una lunga, ed intensa meditazione forse inutile sopra le dottissime difficoltà di V.S. Ill.ma, ecco quello, che coerentemente a ciò, che scrissi al S.r d'Alembert sopra la difficilissima materia de' logaritmi, ho potuto raccogliere.

È proprietà essenziale della logaritmica, che ad una serie geometrica di numeri corrisponda una serie aritmetica di logaritmi, quando que' numeri possano rappresentarsi dalle potestà di una medesima quantità costante, ed invariabile:

È impossibile secondo l'analisi il ritrovare una quantità costante, ed invariabile, le potestà della quale formino la proporzionalità geometrica $1, \sqrt{-1}, -1$, dunque è impossibile, che ad essa corrisponda la proporzionalità aritmetica de' logaritmi. Per questo stesso è impossibile, che una proporzionalità aritmetica corrisponda ad un' altra geometrica, che derivi dal trovare una media proporzionale fra una quantità positiva, e una negativa. L'assegnare poi a ciascuno de' numeri, che somministra una data potestà della base logaritmica l'esponente della medesima potestà per logaritmo comune, è ciò, da che mi pare, che sien nati tutti gli equivoci, e tutte le oscurità, che s'incontrano nella teoria de' logaritmi. Perciò è, che riesce assurda l'equazione $L\sqrt{-1} = L-1$. Questa equazione abbastanza dimostra, che dovendo i due numeri -1, $\sqrt{-1}$ dipendere dalla stessa potestà della medesima base logaritmica, si considera tal potestà come suscettibile di due valori di natura diversa, e si assegna ad essi il medesimo logaritmo. Ripeto, che l'esponente della base serve a quel numero solo, il quale vien rappresentato dalla potestà della medesima. Cercherò di spiegarmi meno oscuramente. Tre valori ci somministra $\sqrt[3]{a}$, cioè $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[3]{a} \cdot \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$. Se prendasi la base $= a$, sarà bensì $\frac{1}{3} = La^{\frac{1}{3}}$, ma non sarà $\frac{1}{3} = L\left(a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right)$, come comunemente vien supposto. Perchè ciò fosse bisognerebbe dimostrare, che tanto il valore di $a^{\frac{1}{3}}$, quanto il valore di $a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

D. Gio. Antonio Guazzoni M. O. di S. Francesco.

uguagliasse $a^{\frac{1}{3}}$, giacchè il valor d'ogni numero dee rappresentarsi da una pot[enza]
della base, e il suo logaritmo dall'esponente di essa; ma questa uguaglianza è
impossibile, perchè il valore di $a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ non è lo stesso di quello, che
rappresenta assolutamente $a^{\frac{1}{3}}$, e così non è lo stesso di quello, che rappresent[a]
$a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, dunque è impossibile, che se $\frac{1}{3} = La^{\frac{1}{3}}$, sia pure $\frac{1}{3} = La^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$
e per conseguenza $La^{\frac{1}{3}} = La^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$.

Di fatti si sa, che $-\left(a^{-v\sqrt{-1}}\right) = -\cos. v + \sqrt{-1} \cdot \sin. v$. Or se si ponga $-\cos. v = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{a}$
$\sin. v = \frac{1}{2}\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{3}$, avremo $-\left(a^{-v\sqrt{-1}}\right) = \frac{-a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}\sqrt{-3}}{2}$ prendendo il segno sup[eriore]
Ed essendo $a^{v\sqrt{-1}} = \cos. v + \sqrt{-1} \cdot \sin. v$, fatte le opportune sostituzioni, come sop[ra]
si avrà $-\left(a^{v\sqrt{-1}}\right) = \frac{-a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}\sqrt{-3}}{2}$ prendendo il segno inferiore; da che
manifestamente apparisce; che ai due numeri $a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$ corrispondo[no un]
logaritmo immaginario, ed al numero, che viene rappresentato pel valore
assoluto della potestà $a^{\frac{1}{3}}$ un logaritmo reale.

Altro è, che due, o più quantità alzate alla stessa potestà diano un medesim[o]
prodotto, altro è, ch'esse siano fra loro uguali, e che possano rappresenta[rsi]
il valore di ciascuna per una medesima potestà di una stessa quantità
costante, ed invariabile. Intanto $a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$ in quanto che
alzando alla terza potestà l'uno, e l'altro membro si ottiene un prodott[o]
ma non in quanto che il valore di ciascuna di d.e tre quantità sia assolu[tamente]
espresso dalla sola potestà $a^{\frac{1}{3}}$.

Uniforme adunque, e non multiforme dee considerarsi ogni potestà della
base, come richiede la corrispondenza del calcolo, a fine di essir fuori
ogni pericolo di errare; e l'esser stata ciascuna di d.e potestà consider[ata]
finora per multiforme, e non uniforme ha fatto credere, che il logarit[mo]

della quantità reale sia lo stesso di quello della quantità immaginaria, lo che ha dato campo a molte deduzioni, che aveano in se del maraviglioso, alcune delle quali ho lette nel 2° Tomo della introduzione all'analisi degl'infiniti del celebratissimo Sig.r Eulero riportate da lui medesimo, ove tratta della descrizione delle curve trascendenti.

Potrei aggiugnere, che anche dall'equazione fondamentale del medesimo autore $a^{i\omega} = 1 + k\omega^{i}$ si deduce chiaramente, che al numero reale corrisponde il logaritmo reale, ed al numero immaginario il logaritmo immaginario, giacchè la d.a equaz.e fa vedere, che il logaritmo investe sempre la natura del numero; ma io sono stato troppo lungo, nè voglio colle mie ciarle annojarla di più.

Non posso però lasciar di riflettere, che quanto all'equazione $\pm(a^{\pm y}) = x$ o si assuma il protonumero positivo, o si assuma negativo avremo sempre la stessa ordinata corrispondente a due ascisse una positiva, l'altra negativa, e quindi necessariamente due rami, e la continuità della curva. L'ambiguità del segno, di cui è suscettibile qualunque potestà di una data quantità necessariam.e a ciò ci induce. Il protonumero altro non è che un numero: ogni numero si esprime p. una potestà della base, ed ogni potestà dee riguardarsi in senso positivo, e negativo, onde anche il protonumero dovrà considerarsi in tal senso necessariamente, e considerandolo diversamente si considera un caso particolare dell'equaz.e $\pm(a^{\pm y}) = x$. Non per supposto adunque, ma perchè così richiede la natura della proposta equaz.e il protonumero dee essere positivo, e negativo, e in ambidue i casi ha p. logaritmo il zero.

Quanto alla formola da lei proposta $f.\left(\frac{g}{f}\right)^{\frac{m}{n}}$, in cui m è dispari, ed n pari talchè si ha sempre $f.\pm\sqrt[n]{\left(\frac{g}{f}\right)^{m}} = x$ essa è bellissima, ed ingegnosissima.

Confesso però, che bramerei di veder dimostrato, come possano trovarsi sempre i due

F. Gio. Antonio Grazzoni M. C.
di S. Francesco.

numeri m, n, il primo dispari, il secondo pari, ch'esprimano la proporzione di due altri numeri qualunque essi sieno $y : h$.

Bramerei pure, che mi fosse dichiarato, come posto $x = g$ si avveri l'equazi[one]

$f \cdot \frac{g^{\frac{m}{n}}}{f^{\frac{m}{n}}} = g$. Dovendo n esser pari, facciasi $n = 2r$, e si otterrà

$f \cdot \frac{g^{\frac{m}{2r}}}{f^{\frac{m}{2r}}} = x = f^{1-\frac{m}{2r}} \cdot g^{\frac{m}{2r}}$. Or si ponga, come si vuole, $x = g$, avr[ò]

se non prendo errore nel calcolare, che per verificare l'equazione sare[bbe] necessario essere $f^{1-\frac{m}{2r}} = 1$, $g^{\frac{m}{2r}} = g$; locchè dà $2r = m$; ma si supp[one] m dispari, dunque il pari uguaglierebbe il dispari. Preso f per p[ri]mo numero trovo lo stesso prendendo i logaritmi: imperocchè posto, [come] sopra, $x = g$ si avrà $L f^{1-\frac{m}{2r}} \cdot g^{\frac{m}{2r}} = L g$, ovvero $\overline{1-\frac{m}{2r}} L f + \frac{m}{2r} L g =$ [$L g$]; ma $L f = 0$, dunque $\frac{m}{2r} L g = L g$, locchè non può accadere se non [posto] $2r = m$.

Questo è quanto ho raccolto in risposta all'ultima di Lei veneratissima. [La] supplico di compatirmi, di continuarmi l'onore della pregiatissima sua gr[azia] e di credermi sempre con tutto l'ossequio

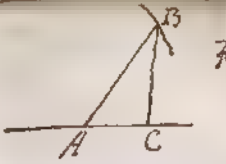
Di V.S. Ill.ma

Roma 30 Maggio 1781

Um.o, ed Obb.mo Serv[itore]
Petronio M.a Caldani

Mile

Ill.mo Sig.r Conte Prone Col.mo



163 Fig. 1 9

...lla introduzione, che ha fatto V.S. Ill.ma del piano verticale che obbliga la verga

161

Ill.mo Sig. Sig. Pron. Col.mo

Il P.re M.ro Martini, trovandosi da qualche notabile tem=
po aggravato fuori dell' usato da suoi soliti incomodi,
e non potendo in verun modo rispondere al foglio
cortese di V.S. Ill.ma abbenche col ritardo sperasse
di poterlo eseguire, si serve de miei caratteri per
pregarla ad averlo per iscusato, se non le vien per=
messo di sodisfare a un tal dovere; e mentre le
porgo i suoi sinceri rispetti del sopranominato, io pure
godo di potermele rassegnare

D. V. S. Ill.ma

Bologna li 5 Giugno 1761 Umiliss.mo Devot.mo Servidore

F. Gio. Antonio Guazzoni Min. C.
di S. Francesco.

160

162

Ill.mo Sig.r Conte Prone Col.mo

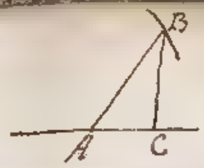


Fig. 1

... introduzione che ha fatto V.S. Ill.ma del piano verticale che obbliga la verga

verga

160

5 8

All'Ill.mo Sig. Sig. Pron. Col.mo:
Il Sig. Conte Giordano Ricati

Venezia p. Treviso

BB

78.6

Ill.mo Sig.r Conte Prone Col.mo

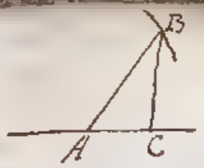


Fig. 1

153

La introduzione, che ha fatto V.S. Ill.ma del piano verticale che obbliga la verga non dipartirsene, le cose son pareggiate, e non c'è più contesa tra di noi. Ei è però sempre parso curioso quel caso, che nasce, quando l'unica potenza motrice è in B, e sciogliesi il Problema diretto: data la potenza determinare il moto della verga. Se l'Algebra mi ha sempre da rispondere direttamente ci deve dire che ove la posizione prima della verga sia verticale, la velocità di A sarà sempre zero, cioè non succederà mai moto. Eppure non tenendo salda una costante, che è un tal zero, in tale ipotesi sbuccia fuori una velocità iniziale di A, che non può essere da niente prodotta. Egli è vero, che sciogliendo poi il Problema inverso: Data la curva, che dee descrivere B, trovare le velocità che competono a B e ad A, resto avvertito, che fatta da prima verticale la verga, deve aver A quella velocità iniziale, che estraneamente alla mia domanda presentavasi nella soluzione del mio primo Problema: e so quindi cosa significhi quella velocità. Ma io avea voluto in esso dall'Algebra una risposta assoluta e non condizionale, e perciò ho voluto costringerla a darmi quell'assoluto col maneggio di quella costante zero, della quale ho tenuto conto, ove comunemente si trascura. Penso che in qualche occasione potrebbe esser utile l'aver fatto una tal riflessione. Ma lasciamo ormai la verga da parte; e permetta ch'io le parli d'un'altra cosa.

Nel Tomo 21 del Giornale di Modena testé uscito ho letto una dissertazione del Sig.r Contarelli sopra un de' paradossi proposti dall'Alembert, in cui l'Autore fa vedere che la formola $\frac{1}{a-x}$, quando $x > a$, ha due valori, uno negativo finito, l'altro positivo più che infinito; e, a parer mio, poteva aggiungere, che anche quando sia $x < a$, due valori ha la formola, uno positivo finito, e l'altro negativo più che infinito; altrimenti la curva dell'equazione $y = \frac{1}{a-x}$ avrebbe due rami per un tratto, e un solo per l'altro, il che è contro l'indole delle curve. Aggiunge poi che i suoi pensamenti sono stati approvati dal Sig.r Conte Giordano Riccati, la cui autorità debbe essere di un gran peso.

Io sono interamente del sentimento del Sig.r Contarelli, ma m'ha fatto caso, come egli a dimostrare questa verità non abbia chiamato in sussidio le

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor V.o
Gianfran.co de Malfatti

6

serie, che somministrano una dimostrazione convincentissima.

Riduco in serie la formola $\frac{a^2}{a-x}$ e non ommettendo il residuo ultimo, di cui si dee tener conto, risulta

$\frac{a^2}{a-x} = a + x + \frac{x^2}{a} + \frac{x^3}{a^2} + \frac{x^4}{a^3} \dots \frac{x^{n-1}}{a^{n-2}} + \frac{x^n}{a^{n-2}\times\overline{a-x}}$ (n è il numero de' termini

Fatto ora n infinito, gli ultimi 2 termini della serie saranno $\frac{x^{\infty-1}}{a^{\infty-2}} + \frac{x^{\infty}}{a^{\infty-2}\times\overline{a-x}}$

Si faccia in oltre $x = 2a$, sarà $\frac{x^{\infty-1}}{a^{\infty-2}} = \frac{2^{\infty-1}\times a^{\infty-1}}{a^{\infty-2}} = 2^{\infty-1}\times a$; e

$\frac{x^{\infty}}{a^{\infty-2}\times\overline{a-x}} = \frac{2^{\infty} a^{\infty}}{a^{\infty-2}\times -a} = \frac{2^{\infty}\cdot a}{-1} = -2^{\infty} a$, e quindi i 2 ultimi termini

sono $= 2^{\infty} a + 2^{-1} a - 2^{\infty} a = \frac{a}{2}$ sicchè sostituito questo valore

sarà $\frac{a^2}{a-2a} = a + 2a + 2^2 a + 2^3 a + 2^4 a \dots 2^{\infty-2} a + \frac{a}{2}$. Chi negherà

dunque che il valore di $\frac{a^2}{a-2a}$ sia più che infinito e positivo?

Svolgasi ora la frazione $\frac{a^2}{a-x}$ in un'altra serie, che nasce dal fare il divi[sore] $-x+a$. Avremo non ommettendo il residuo ultimo

$\frac{a^2}{a-x} = -\frac{a^2}{x} - \frac{a^3}{x^2} - \frac{a^4}{x^3} - \frac{a^5}{x^4} \dots - \frac{a^{n+1}}{x^n} - \frac{a^{n+2}}{x^n \times \overline{x-a}}$. Qui pure fatto $x = 2a$

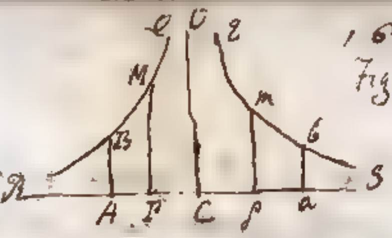
sarà $\frac{a^2}{a-2a} = -a\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} \dots \frac{1}{2^n}\right) - \frac{a}{2^n}$. Ma la somma della serie

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3} \dots \frac{1}{2^n}$ è $1 - \frac{1}{2^n}$. Dunque $\frac{a^2}{a-2a} = -a + \frac{a}{2^n} - \frac{a}{2^n} = -a$, val[ore] negativo e finito.

Qualunque la prima serie pure $a + x + \frac{x^2}{a}$ ec.^{a} colla sommazione solita si ritu[rni] al valore di $-a$ quando $x = 2$, non si potrà contestarle l'altro valore $a + 2a + 2^2 a \dots 2^{\infty-2} a + \frac{a}{2}$ che è più che infinito.

Considera in oltre il Sig. Contarelli la curva dell'equazione $y = \frac{a^3}{a-x^2}$, che ... la figura seguente, ove sia AB = a, AF = x, PM = y, e gli asintoti ...

Fig. 2



la cui aja generalmente viene espressa così $\int y dx = \frac{a^3}{a-x} - a^2$, e rende la ragione, perchè essendo l'aja infinita quando $x = AC = a$, divenga poi finita e negativa, quando $x = 2a$, nel qual caso dovrebb'essere più che infinita. Ricorrendo al doppio valore della frazione $\frac{a^3}{a-x}$ si rettifica ogni cosa, e volendo pure che la frazione sud.^a abbia il solito solo valore che comparisce, s'integrerà l'elemento dell'aja coll'aggiunta non della costante $-a^2$, ma della costante $-a^2 + \frac{a^2}{0} - \frac{a^2}{0}$, essendo $\frac{a^2}{0}$ l'aja asintotica RCO. Finchè sia $x < a$ dall'aja infinita RCO converrà in senso opposto aggiungere l'aja OCR. Ma quando oltrepassam coll'ascissa il punto C, rimanendo sempre nella prima direzione l'aja infinita RCO non si aggiunge più in senso contrario l'aja OCR, ma si aggiunge la OCR, o sia la OCS nella medesima direzione che la RCO, e quindi dove sia $x > a$, sarà $\int y dx = \frac{a^3}{a-x} - a^2 + \frac{2a^2}{0}$, e con tale avvertenza facendo uso del consueto calcolo, si libera dal paradosso la formola di queste aje iperboliche.

Due pertanto sono le equazioni che competono a queste aje, la prima $\int y dx = \frac{a^3}{a-x} - a^2 + \frac{a^2}{0} - \frac{a^2}{0}$, quando $x < a$, l'altra $\int y dx = \frac{a^3}{a-x} - a^2 + \frac{2a^2}{0}$ quando $x > a$. Nella prima resta salvata la condizione che fatta $x=0$, sia l'aja $=0$, non però così nella 2.ª, ove fatto $x=0$ l'aja si fa eguale a ... e dice gli spazi assintotici dell'intera curva.

Non è quindi possibile rappresentare le aje di questa iperbola di 3.° grado con una curva continua se non se per un certo tratto, cioè sin all'aja RCO solamente. Facciasi $\int y dx = au$, onde nasca $au = \frac{a^3}{a-x} - a^2$, cioè $u = \frac{a^2}{a-x} - a$. Dentro gli assintoti poi ZX, HK si descriva l'iperbola conica, che passi per B, essendo $AB = AC = a$, $BP = u$, $PM = x$. Egli è certo, che le ascisse BP sono proporzionali alle aje della superior figura, finchè sia $x < AC$, quando è $x = AC$, l'aja infinita ACO vien rappresentata dalla infinita ascissa BZ. Ma quando $x > AC$, l'aja è più che infinita, laddove fatta negativamente $AF = AP$, la linea che rappresenta

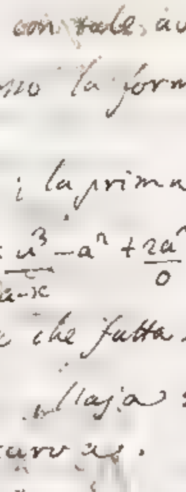


Fig. 3

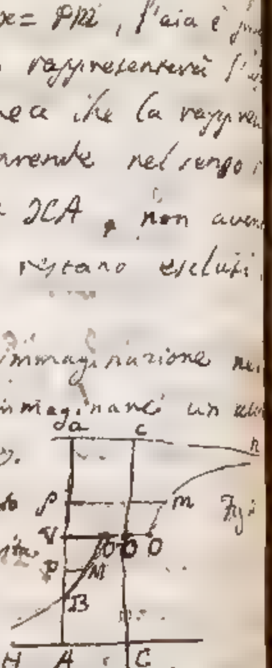
Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vo.
Gianfrancesco de Malfatti

6

l'aja è BF negativa e finita. Non potendosi pertanto conciliare l'indole della iperbola apolloniana, che ammette il ramo cGK negativo, colla condizione delle aje dell'iperbola cubica, che vogliono essere tutte positive, resterà chiaro, che non si potranno esprimere tutte queste aje colla natural posizione de' rami dell'iperbola conica:

Considerando però un attacco all'infinito della parte infinita AZ colla parte AK di tutta la XZ, si potrà benissimo anche colla natural posizione della la apolloniana rappresentar le aje della cubica. Fatta $x = PM$, l'aia è pro... nale a BP. Fatta $DG = FS$ maggiore di AC, qual linea rappresenterà l'aja? Poichè le aje van sempre prese in senso positivo, la linea che la rappresenta sarà $BZ + XF$, essendo anche XF positiva perchè si prende nel senso ... e l'aja di tutta la curva sarà rappresentata da $BZ + XA$, non avendo luogo per niente i valori negativi BD, BF ecc. che restano esclusi ... condizione delle aje sempre positive.

La violenza tuttavia che dee fare il Geometra alla sua immaginazione nel concepire attacco all'infinito tra Z e K me ha fatto immaginare un'altra posizione de' rami dell'iperbola, che salva ogni cosa.



Sia un ramo dell'iperbola conica BMO, e sia O il punto in cui concorre esso coll'assintoto CO, cioè sia CO infinita; concepita al di là di O $Oc = OC$, e sia ach parallela ad HG, indi prodotta AV fino ad a, dentro gli assintoti Cc, ch scorra l'altro ramo di iperbola Omh simile ed eguale ad OBH cosicchè concorra esso pure in O con Cc. Per tal modo noi abbiamo una curva continua BMOmh, le assisse BP, Bp, Ba son sempre positive e rappresentano egregiamente tutte ... dell'iperbola conica. Ma qui pure una stessa equazione non regola i due questi rami, sebbene sian talmente collocati che formino una continua.

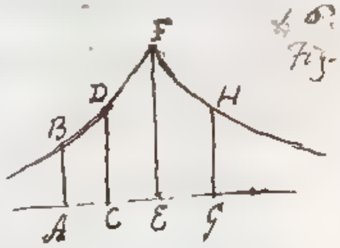
Per trovare la maniera di comprendere sotto la stessa formola tutte le ... iperboliche, mi son rivolto alla curva dell'equazione $y = \frac{a^3}{b^2 + \overline{a - x}^2}$ ... quando $x = a$, si fa $y = \frac{a^3}{b^2}$, e quando $x = 0$ diventa $y = \frac{a^3}{b^2 + a^2}$; finalmente ove sia x infinita o positiva o negativa, risulta $y = 0$ ...

La...

Molto Rev.do Sig.re Sig.re P.rone Col.mo   169 79

+3 5

Dal N. U. Benedetto Marcello io tengo oltre varie Sonate, un



£ 6.7.
Fig. 5

curva perciò della l'equazione suda avrà la figura qui descritta, ove $AB = \frac{a^3}{b^2+a^2}$, $AE = a$, $EF = \frac{a^3}{b^2}$; $AC = x$, $CD = y$. Passiamo alle aje ACDB. Dall'equazione si trae $\int y dx = \int \frac{a^3 dx}{b^2+\overline{a-x}^2}$, cioè $ACDB = \frac{a^3}{b^2} \times$ Arco rag. b tang. a − Arco rag. b tang. $\overline{a-x}$.

Questa equazione regola tutte le aje della figura. Perchè se facciamo anche $x > a$, cioè per esempio $2a$, il secondo arco diventa positivo, perchè è il negativo di un arco di raggio b e di tangente $-a$, cioè il negativo d'un arco negativo vale a dire un positivo. Onde per l'aja AGHFB, maneggiata l'equazione alla maniera solita si trova essa

$= \frac{a^3}{b^2} \times$ $\overline{\text{Arco rag. b tang. a + Arco rag. b tang. EG}}$.

Se faremo $b = 0$ siamo appunto al caso delle aje dell'iperbola di 3° grado. Dunque l'aja in genere della fig. 2 sarà $= \frac{a^3}{0^2} \times$ Arco rag. 0 tang. a − Arco rag. 0, tang. $\overline{a-x}$, la quale soddisfa sola a tutte le sue aje. Ho gettato sulla carta tutte queste cose quasi nello stesso tempo in cui le ho pensate. La supplico di dirmi il suo sentimento; e ringraziandola delle passate brighe, che si è preso per me, col pregarla di sostenere anche quest' ultima colla sua consueta pazienza e bontà pieno d'ossequio mi protesto

Di V. S. Ill.ma

Ferrara li 6 Giugno 1781

Dev.mo ed Obblig.mo Servitor Vero
Gio. Fran.co de Malfatti

166

l'aja è BF negativa e finita. Non potendosi pertanto conciliare all'indole della iperbola apolloniana, che ammette il ramo CGK negativo, colla condizione del ... chiaro, che

168

Del N. U. Benedetto Marcello io tengo oltre varie Sonate, un Tomo di Cantate, delle quali inchiudo il catalogo. Costì in Milano si saranno certamente le Prose e Poesie del Sig. Ab. Antonio Conti P. V. Nel Tomo I in Venezia presso Giambatista Pasquali 1739, leggerà V. R. due Cantate, cioè pag. 44. Timoteo, o gli effetti della Musica, e pag. 56. Cassandra, nella quale eccellente Cantata Cassandra predice le disgrazie di Troja. La Musica del Marcello è sommamente espressiva, e ben degna della sublime Poesia dell'Ab. Conti.

uscito nel Tomo XXI del Giornale di Modena l'Esame del Sistema Musico di M. Rameau, ma per un equivoco nato non si sono tirate a parte le cinquanta copie che io bramava per distribuirle ai miei Padroni, ed Amici. Sono usciti inoltre in Venezia appresso Giovanni Gatti gli Elementi di Architettura del Sig.r Francesco Maria Preti con una mia Prefazione. Questo mio carissimo Amico è stato un eccellente Dilettante di Architettura, e conservandosi da un suo Discepolo i predetti Elementi, ne ho giudicata utilissima la pubblicazione; perchè in essi contengonsi i veri principj dell'Arte, e collo studio loro si può in breve tempo un perfetto Architetto formare.

scritto al P. Martini richiedendogli il suo parere intorno al mio Esame del Sistema Musico di M. Rameau, e

Treviso 6 Giugno 1741.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena.

Divot.mo Obb.mo Servitore
Giordano Riccati

1 170

e pregandola ad inviarmi la copia d'un Salmo della Traduzione del Mattei da lui posto in Musica, ma non ho ancora ricevuta risposta. Avrò per sommo favore che V. R. mi faccia tenere, postochè la stampi, la sua Risposta alle Opposizioni del P. Martini intorno alle Opera sopra la Quinta successiva.

Il Sig. Colonnello Lorgna unisce una Società di Letterati Italiani ad oggetto di pubblicare ogni due anni un Tomo di scelte produzioni. Ha fatto invito anche a me, che penso di inviargli una Dissertazione sopra le Vibrazioni dei Cilindri.

e supplicandola della continuazione dei suoi preziosi comandi, con vera costantissima stima, e rispettosa affezione, ho l'onore di confermarmi

Di V. R.

Treviso 4. Giugno 1781.

Rev. D. Giovenale Sacchi
Milano.

Umil.mo Divot.mo Obbl.mo Servit.
Giordano Riccati

Treviso 4 Giugno 1761.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contavalli
Modena.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

6

è mo
tissi
note
into
Il S
vari
di
mo
naz
viso
natt
a la
Xim
lissi
Sig.
mo
è a
di v
V.S.
da s
mi
dich

Ill.mo S

Molto Rev.do Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo 173 79

+2 5"

Ill.mo Sig.re Sig.re Pron.e Col.mo 171

È molto tempo, che non ho ricevuto lettere del mio stimatissimo Sig. Abate, ed io sono desideroso di qualche notizia e dello stato suo di salute, e delli oggetti, intorno al quale versano presentemente i suoi studj. Il Sig. Colonnello Lorgna unisce una Società di Letterati Italiani, che ogni due anni pubblichi un Tomo di scelte produzioni, onde così unite possano più facilmente passare i monti, e comunicarsi alle estere nazioni. Ha fatto invito anche a me, ed io ho presa risoluzione di inviargli una lunga Dissertazione, che tratta delle Vibrazioni dei Cilindri. Ho cominciato a leggere le Nuove Esperienze Idrauliche del Sig. Ab. Ximenes, che a dir vero sono diligentissime, ed utilissime. Mi diverto altresì leggendo il Tomo IX. del Sig. Ab. Tiraboschi, che contiene delle Aggiunte molto interessanti. Il libro del P. Fontana non mi è ancora pervenuto, ma di giorno in giorno spero di riceverlo.

V.S. Ill.ma mi giudichi abile a poterla servire, m'onori de' suoi comandi, l'esecuzione dei quali sempre più mi distingua quale col più cordiale rispetto mi dichiaro

Di V.S. Ill.ma

Treviso 6 Giugno 1781.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Cantarelli
Modena.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Molto Rando Sig.ra Sig.ra Pna Colmo 1 7 3 7 9

+ 3 5

V. S. Illma

richiamando

pregiudizio.

parlare di

degli il diritto

usino applicaz

leggitimamente

Giornale, e di

dell S. Zan

memoria,

distribuzione

a Pavia, con

l'onore di

in S. Ven

lui aveva

evidenza,

separata

evento

suspicacis est

sono infi

zo

e,

ueza

a la

rio

eiz

no

ne

rio

sco

do

ine

uxtu

n.

du

6

Molto Rev.do P.re Sig.re Sig.re P.rone Col.mo 173 79

135

Con sommo rincrescimento ho inteso, trovarsi da qualche notabile tempo aggravato fuori dell'usato da' suoi soliti incomodi lo stimatissimo P. M. Marini. Io desidero ardentemente, che quanto prima ricuperi la sua preziosa salute, e solo quando si sarà interamente rimesso, avrò per sommo favore, che alla mia lettera dia risposta. Intanto potrebbe farmi la grazia di ordinare la copia del Salmo, di cui l'ho supplicato, ed io pregherò il Sig. Mae.sa Giacomo Mariscotti a supplire alla spesa del Copista. Porti V. P. Molto Rev.da al P. Maestro i miei divotissimi complimenti, e si degni di credermi quale ho l'onore di protestarmi

Di V. P. Molto Rev.da

Treviso 15. Giugno 1741

Molto Rev.do P.re Gio. Antonio Guazzoni
S. Francesco Bologna.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

glomerare primi [illegible] Geometrarum [illegible] (quod ego jam) suspicatus est

La [illegible] di [illegible], che le quantità infinite non [illegible] sono infi-

[illegible]

V. S. Ill.ma [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
Giornale, [illegible]
[illegible] dell P. [illegible]
[illegible] memoria,
[illegible] Dissertazione
[illegible] a Pavia con
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

6 1 174

V. S. Ill.ma ve

lienamente

e pregiudizia.

parlare di al

, degli d'il tira

vvine applica=

 deliziosissime.

Giornale, e di

o dell S. Zen=

a memoria,

. Disertazione

a Pavia, con

l'onore duvl=

in S.ra, affin=

lui avesseri

d evidenza,

virl scoperta,

accurato vdnuae

Geometrae primi di lui: Geometrarum hactenus nemo (quod ego sciam) suspicatus est

la qual si riduce a provare, che le quantità infinite non sdimenso sono infi=

6

Ill.mo Sig. Sig. e Pron Col.mo

S'io non avessi altro argomento, onde conoscere la singolar bontà di V. S. Ill.ma verso di me, la sua gentilissima degli 8 basterebbe a convincermene pienamente. Ella si è degnata di prevenirmi, e di scusare le mie negligenze, e pigrizia. Il vero motivo però è stato di interrompere il corso alle mie lettere senza parlare di alcuni piccoli disordini, che mi distraggono di quando in quando dallo studio, egli è il timore d'interrompere importunamente colle mie bagattelle le sue gravissime applicazioni. Or darò corso, giacchè Ella me lo comanda, delle occupazioni mie leggerissime.

Oltre l'esame degli opuscoli del Sig. Paoli, da stamparsi nel nostro Giornale, e di cui certo dovrà egli restar contento, coll'occasione di leggere il Libro del P. Fontana, che non è mio, ma di questa nostra Libreria, ho steso una breve memoria, che in sostanza è una critica moderata, e rispettosa di una sua Dissertazione intitolata dell'Infinito Logaritmico, e così manuscritta l'ho spedita a Pavia con istruzione, che sia mostrata in bel modo all'autore, con cui io non ho l'onore d'aver veruna corrispondenza. Io non ho voluto consultare V. S. Ill.ma prima d'ora, affinchè se mai il detto Padre se ne fosse ad offesa, e aspettasse che altri avessevi avuta alcuna parte, io possa rispondergli, e istringerlo, anche convincerlo ad evidenza, che il pensiero è ovvero mio, o falso che sia. Sostiene egli d'avere scoperto ~~molte~~, e proprietà dell'Infinito nuove, e maravigliose, indizio di cui non s'è accorto veruno geometra prima di lui: Geometrarum hactenus nemo (quod ego sciam) suspicatus est. La quale si riduce a questo, che le quantità infinite non solamente sono infi-

136

[illegible]

mirarvisi più piccole dell'infinito del primo ordine, il quale può essere composto da una serie d'infinite unità; ma si discostano dall'infinito del primo ordine per un numero d'ordini infinito, e questo numero è parimente un infinito distante dall'infinito primo per un numero d'ordini infinito, e così di mano in mano. Io però so al contrario, che il Rever.mo Padre non abbia scoperto alcuna novità d'importanza, e per sorte [illegible] in uso due luoghi delle Istituzioni Analitiche, ove il Sig. [illegible] dimostra alla famiglia delle parabole, che ora le parabole finite, e l'infinite compongono fra due differenze di diverso ordine, e lo stesso dicasi relativamente agli infinitesimi, ossia infiniti ordini decrescenti; la quale dottrina io pretendo, che rigetti immediatamente le proprietà notate dal P. Fontana, perchè essendo gli infiniti di ordini intermedj interamente proporzionali, se si chiama p un infinito d'ordine più basso relativamente ad un altro più alto, i suoi ordini cioè gli ordini formeranno una progressione geometrica, che può essere espressa nella seguente maniera $p, p^2, p^3, p^4 \ldots p^p$. L'infinito arbitrario il farà p^p uguale all'infinito del primo ordine; quindi si vede subito, che p logaritmo di p^p, e che esprime il numero degli ordini intermedj è all'infinito del primo ordine in ragion minore di qualunque data. Io dimostro inoltre, che da questa dottrina discendono altresì in gran parte i corollarj principali [illegible], dimostrati da lui [illegible] della serie. Finalmente confuterò l'idea dell'infinito presentata dal Sig. Kastner Professore di Gottinga, e adottata dal P. Fontana. _Infinite magnum non quantitatis nomen est, sed possibilitatis, sine fine crescendi. Tamen infinite parvum non quantitas est, sed ea quantitatis defectio, quae_ [illegible]. Che l'infinito, e l'infinitesimo siano quantità indeterminate; che non esistano fuori della mente del Geometra; che la loro idea sia

fondar sistemi sopra quelle scale paribilioni indicate dal Sig. Kastnero sono cose oziose; che non giungono punto nuove, ma che l'infinito, e l'infinitesimo non siano nomi di quantità immaginate, e finite da noi secondo il nostro modo d'intenderle, e concepirle, a mio parere è un solenne assurdo. Qui si parla dell'Infinito, e dell'infinitesimo come sogliono usarsi dai Geometri i più accurati. Ancora ... il Fontana non parla; Io ho parlato più in iscorcio, ma intelligibile punto.

Non ho potuto risolvere il problema propostomi, se l'ascissa fosse data per l'angolo variabile, che deve fare la verga rigida colla orizzontale, avrei in mano la soluzione, ma hoc opus, hic labor, trovar l'espressione dell'ascissa per una funzione dell'angolo. In tal caso la curva o sarebbe del genere delle cicloidi, o una curva algebraica.

Il Sig. Lorgna, che io ben conosco, distintissimo ed onestissimo ha pensato assai bene, e se riesce la sua impresa farà onore alla nazione. Rinnovo suppliche a V. S. Ill.ma ad onorarmi de' suoi stimatissimi comandi, che mi saranno del più onorevole pregio

Di V. S. Ill.ma ..

Modena 15 Giugno 1781

Umil.mo ed Obb.mo Servidore
Giuseppe Canavelli

S

Al Nobile Sig. Sig. e Pron Colmo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

Treviso

2

5:6
5:1
5:1

llo mi averà pur iscusato, se l'importuno con due richie-
este, ma il genio di sapere m'induce a disturbarla.
la prima è questa. Io ho un vaso ottangolare bis-
lungo ornato da un Ordine con collonne di due ter-
zi sopra il piedestallo, desidero sapere, se il piedes-
tallo, che va appoggiato all'angolo possa esser conve-
niente nel modo, che l'ho disegnato nell'occluso
schizzo, atteso, che quella piegatura, e la sua ristrezi-
one, mi risvegliano un qualche timore, che non
vadi a dovere; sebbene ogn'un altro, che io mi sia
immaginato lo ritrovai senza confronto peggiore.
L'altro risguarda il Soffitto: esso pure contrassegnato
Il Soffitto qualunque sia circolare, od elittico inco-
mincia ad otto venti, e va a terminare con quattro,
come quello d'un rettangolo. I quattro venti, che cor-
rispondono ai quattro lati minori dell'Ottangolo e
non vanno al punto solito, ma si fermano nel pun-
to A,

meglia

punto A, che viene determinato dall'unione delle due
linee AB, AC prodotte, che passano per gl'assi delle Colon
e dividono per mezzo gl'angoli dell'Ottangolar piant
nel di cui punto s'uniscono soltanto i quattro vent
maggiori a compire il soffitto. Una tal costruzion
pare, che mi sodisfaccia, e ciò per due ragioni; prim
perchè gl'angoli aperienti contrassegnati dalle l.
AB, AC cadono a dirittura per retta agl'assi sopra le
rispettive Colonne per tal modo, che i loro Capitelli
non si volgono più da una parte, che dall'altra ra
porto agl'angoli predetti, e nel medesimo tempo
servano lo stesso rapporto all'angolo esterno della
Trabeazione; di poi, perchè l'angolo AC per esso ap
riente, che nasce dai due prefati va in linea pa
ralla coll'angolo saliente CD della lunula maggior
Queste due combinazioni mi producono un effetto
piacevole alla vista, che me lo fanno riguardare co
qualche

qualche parzialità. Imperò mi sarà grato udire da lei se una tal maniera sia admessibile, e possa essere esente da qualche diffetto a me non noto. Attenderò adunque per favore la risposta di queste domande, e conseguentemente la soluzione d'ogni mio dubbio. Intanto la prego de miei umilis:mi complimenti ad ogn'uno di sua stima:ma Famiglia, ed offerendomi con tutto rossequio mi pregio d'essere.

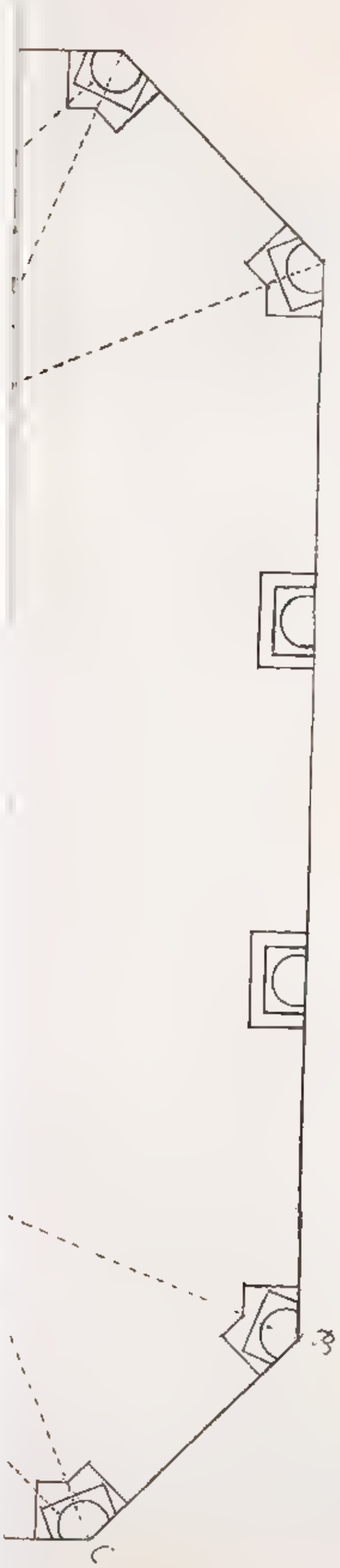
Pordenone alli 16 Giugno 1781

Di L. Sig:r Zio Sti:mo

Devo:mo Obl:mo Serv:e e Nipote
Nicolò di Sbrojavacca

meglio

1 142
6



meglia

Amat.mo e Riv.mo Sig. Nipote 145 205 199

...nque negli ottangoli io sia inclinato a preferire le colonne ...e alle rotonde, nulladimeno volendo usar queste, mi ...rei di quella stessa costruzione, che nelle colonne ...a si pone in opera. Negli angoli d'un ottangolo si ...ano a squadra dei lati due mezze colonne quadre, che ...no l'angolo dell'ottangolo eguale a due retti e mezzo. ...olonne quadre si sostituiscano le rotonde situate a ...dra dei lati dell'ottangolo, e le loro tangenti parallele ...minati lati formeranno l'angolo dell'ottangolo. ...vedrà espressa la mia idea nello schizzo, che inchiude, ...i si schiva quel contrasto fra la colonna, ed il piedestallo, ...vede nello schizzo da Lei speditomi.

...zione del soffitto è geometrica, e per conseguenza ...e, ed io sono persuaso, che messa in esecuzione, ...vrebbe un ottimo effetto.

...nque la mia opinione intorno alle due richieste, ...gandola della continuazione de' suoi comandi, ...miei complimenti ad ognuno di sua stimatissima ...glia, mi dichiaro affettuosamente

Di Lei Amat.mo Sig. Nipote

Treviso 20 Giugno 1761

Co. Niccolò di Sbrojavacca. Pordenone

Devot.mo Obb.mo Servitore e Zio
Giordano Riccati

... $\lambda = 4y$, e ne nascerà $f\left(\frac{g}{f}\right)^{\frac{1}{4}} = f\cdot Y\left(\frac{g}{f}\right) = x$: ma ...$) = \left(\pm \frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\right.$, $\left(\pm \frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\right.$; dunque $f\cdot\left(\pm\frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\right.$, $\left(\pm\frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\right. = \pm 1\cdot\left(\right.$, $\pm\sqrt{-1}\cdot\left(\right.$ $f^{\frac{3}{4}}g^{\frac{1}{4}} = x$,

...

mirando

r'addattino
, la ragio
, in luogo
po di quello
azzurra
il di lui
iesarebb
deve sa
; dell'in
u presso
attender
nato per
cendo
somma
i altra
meglio

zo
i e,
... a la
vio
...ro
...me
...rò
300
modo
...ine
...

quan
qua
serv
qua
coll
form
Alla
sque
a'
Ulla
in
cha
cos
buo
nva
go a
e p
e d
Ins

6. S

Longo
V

Quantunque negli ottangoli io sia inclinato a preferire le colonne quadre alle rotonde, nulladimeno volendo usar queste, mi servirei di quella stessa costruzione, che nella colonna quadra si pone in opera. Negli angoli d'un ottangolo si collocano a squadra dei lati due mezze colonne quadre, che formano l'angolo dell'ottangolo eguale a due retti e mezzo. Alle colonne quadre si sostituiscano le rotonde situate a squadra dei lati dell'ottangolo, e le loro tangenti parallele ai nominati lati formeranno l'angolo dell'ottangolo. Ella vedrà espressa la mia idea nello schizzo, che inchiudo, in cui si schiva quel contrasto fra la colonna, ed il piedestallo, che si vede nello schizzo da Lei speditomi.

[La] costruzione del soffitto è geometrica, e per conseguenza buona, ed io sono persuaso, che messa in esecuzione, produrrebbe un ottimo effetto.

[Ecc]o adunque la mia opinione intorno alle due richieste, e pregandola della continuazione de' suoi comandi, e de' miei complimenti ad ognuno di sua stimatissima famiglia, mi dichiaro affettuosamente

Di Lei Amat.^mo Sig. Nipote

Treviso 20 Giugno 1781

[Nob.] Sig. Co. Niccolò di Sbrojavacca
Pordenone

Divot.^mo Obbl.^mo Servitore e Zio
Giordano Riccati

Pongasi $h = 4y$, e ne nascerà $f\left(\frac{g}{f}\right)^{\frac{1}{4}} = f\cdot\sqrt[4]{\left(\frac{g}{f}\right)} = x$: ma $\sqrt[4]{\left(\frac{g}{f}\right)} = \left(\begin{array}{l}\pm\frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\\ \pm\frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\end{array}\right.$; dunque $f\cdot\left(\begin{array}{l}\pm\frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\\ \pm\frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}}\end{array}\right. = \left(\begin{array}{l}\pm 1\\ \pm\sqrt{-1}\end{array}\right.\cdot f^{\frac{3}{4}}g^{\frac{1}{4}} = x$,

v'addattino … zo
lavaggio … e,
e in luogo … ceu
po di quello … a la
azzurra. … rio
il di lui …
restarebb … e.ar
deve sa … vo
dell'in … me
… ero
upresso … sco
attendin … ardo
nato par … lina
emelo …
… ante
… n.
cialla … d
meglia

Pongasi $h = 4y$, e ne nascerà $f\left(\frac{q}{f}\right)^{\frac{1}{4}} = f\cdot\sqrt[4]{\left(\frac{q}{f}\right)} = x$: ma

$$\sqrt[4]{\left(\frac{q}{f}\right)} = \begin{cases} \pm\frac{\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{f}} \\ \pm\frac{\sqrt{-1}\,\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{f}} \end{cases}; \text{ dunque } f\cdot\begin{cases} \pm\frac{\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{f}} \\ \pm\frac{\sqrt{-1}\,\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{f}} \end{cases} = \begin{cases} \pm 1\cdot \\ \pm\sqrt{-1}\cdot \end{cases} f^{\frac{3}{4}} q^{\frac{1}{4}} = x,$$ come

forma
una se
ugavi
di una
a stab
numer
la dett
dalla
mavi
dalla
conv
ve co
deter
string
conv
me f
dimo
Se d
al p
gli
[illegible]
dad
usan
val
num
h =
ed
pou
lungas
[illegible]

191 97 205

x= 199

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron. Col.mo

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo 167

22. Giugno 1761.

Stima V.S. Ill.ma essere proprietà essenziale della logaritmica, che ad una serie geometrica di numeri corrisponda una serie aritmetica di logaritmi, quando quei numeri possano rappresentarsi dalle potestà d'una medesima ~~potestà~~ quantità costante, ed invariabile. Con ciò Ella viene a stabilire, che quei numeri, che non vengono somministrati dalla formola $f(\frac{g}{f})^{\frac{y}{h}} = x$, non appartengano alla logistica. Ora non dandoci la detta formola l'intero ramo dei numeri negativi, se ne deduca dalla sua proposizione, che non siano reali i logaritmi dei numeri negativi, conseguenza, che moltissimi Autori raccolgono dalla formola mentovata. La quadratura dell'iperbola ci convince della falsità della conseguenza; e quindi egli è chiaro convenire alla logaritmica infiniti numeri, che non sono determinati dalla formola $f(\frac{g}{f})^{\frac{y}{h}} = x$.

Restringendomi al solo ramo, non controverso, dei numeri positivi, la nostra curva è formata da infinite coppie di coordinate, ch'io esprimo per le specie infinitiformi h, g, la prima delle quali denota un logaritmo, e la seconda il numero corrispondente. Se della detta specie ne stabilisco i valori, facendo h uguale al protonumero f, e g uguale alla base e, escludo tutti gli altri valori relativi; e restringendo l'equazione generale $f(\frac{g}{f})^{\frac{y}{h}} = x$, qual maraviglia c'è, che da essa non si possano dedurre tutti i numeri spettanti alla logaritmica? Per esaurire la detta curva, egli è d'uopo, per valersi di tutti i valori delle coordinate infinitiformi h, g. Si cerchi il numero x relativo al logaritmo qualunque y; e fatta $h = 2y$, avremo $f(\frac{g}{f})^{\frac{y}{2y}} = f(\frac{g}{f})^{\frac{1}{2}} = f.\pm\sqrt{(\frac{g}{f})} = \pm\sqrt{fg} = x$, ed impareremo, che a qualsivoglia logaritmo y ci corrispondono due numeri uguali, uno positivo, e l'altro negativo. Pongasi $h = 4y$, e ne nascerà $f(\frac{g}{f})^{\frac{1}{4}} = f.\sqrt[4]{(\frac{g}{f})} = x$: ma

$$\sqrt[4]{(\tfrac{g}{f})} = \begin{cases} \pm\frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}} \\ \pm\frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}} \end{cases}; \text{ dunque } f.\begin{cases} \pm\frac{\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}} \\ \pm\frac{\sqrt{-1}\sqrt[4]{g}}{\sqrt[4]{f}} \end{cases} = \begin{cases} \pm 1. \\ \pm\sqrt{-1}. \end{cases} f^{\frac{3}{4}}g^{\frac{1}{4}} = x,$$

Milano

s'addottino
, la ragio
e in luogo
po di quello,
iazerra
il di lui
restarebbe
deve sa
: dell'Ill.mo
ripreso
attenden
'inalo po
endo
sonare
: alla
meglio

nella qual formola g significa il numero corrispondente al logaritmo $4y$. Il perchè la predetta formola allo stesso logaritmo $=y$ assegna quattro numeri, due reali $\pm f^{\frac{3}{4}}g^{\frac{1}{4}}$ spettanti ai rami reali della logistica, ed altrettanti immaginarj $\pm f^{\frac{3}{4}}g^{\frac{1}{4}}.\sqrt{-1}$, che competono a due rami immaginarj. Sia $g=f$ protonumero, e perciò $y=0$, e scopriremo (fatto $f=1$) essere $\log.\begin{cases}\pm 1\\ \pm\sqrt{-1}\end{cases}=0$, e quindi $\log.\pm 1=\log\pm\sqrt{-1}$, equazione che ella non rettamente giudica assurda.

Si stabilisca $h=3y$, e ne nascerà $f\left(\frac{g}{f}\right)^{\frac{1}{3}}=f^{\frac{2}{3}}g^{\frac{1}{3}}=x$. E poi $g^{\frac{1}{3}}=g^{\frac{1}{3}}.\begin{cases}1\\ \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}\end{cases}$, ne risulta $x=f^{\frac{2}{3}}g^{\frac{1}{3}}.\begin{cases}1\\ \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}\end{cases}$, cioè dire il numero x fornito di tre valori, uno reale, e due immaginarj. Se si fosse fatto $h=6y$, i valori di x ascenderebbero al numero di sei, e si avrebbe $x=\pm f^{\frac{5}{6}}g^{\frac{1}{6}}\begin{cases}1\\ \frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}\end{cases}$ i quali valori tutti corrisponderebbero al medesimo logaritmo $=y$.

Si determini finalmente $h=2y.\infty$, e risultando da quest'ipotesi $f^{\frac{2\infty-1}{2\infty}}g^{\frac{1}{2\infty}}=x$, ci accorgeremo, che ad x competono infiniti valori, la metà positivi, ed altrettanti negativi, fra i quali due soli sono reali, e gli altri tutti immaginarj, e che per conseguenza al medesimo logaritmo $=y$ infiniti numeri si riferiscono determinati da un pari numero di rami della nostra curva due reali, ed i rimanenti immaginarj. Questa immensa moltitudine di rami fa sì, che siccome lo stesso logaritmo accetta infiniti numeri, così lo stesso numero si appropria infiniti logaritmi. La logaritmica è una curva trascendente, la cui equazione ha da essere fornita di infinite radici.

Dall'esame di questa mia lettera spero che ne raccolga la

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron.e Col.mo

191 97 205

199

149

giusta idea della logaritmica, la quale rischiarerà tutte le sue dubbiezzè. E pregandola di conservarmi nel possesso della grazia sua pregiatissima, ho l'onore di confermarmi

Di V. S. Ill.ma

Treviso 22 Giugno 1761

Ill.mo Sig.re Leopoldo M.a Caldani
Roma.

Div.mo ed Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Milano

191 97 205
199

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron̄e Colmo

Non ho potuto rispondere prima alla fav.ma lettera di V. Ill.ma perchè è morto un Amico mio di questa R.l Secreteria d'Azienda, pel di cui mezzo inviavo le mie lettere in codeste parti: onde sino al presente non ho potuto ritrovare altro condotto sicuro. V. Ill.ma potrà rimettermi le risposte al solito per mezzo del Marchese Silva di Livorno. Intanto ho il piacere di significarle, che già sono stampate 608 Pagine del tomo secondo del mio Corso, e che spero che resterà ultimato al fine del prossimo mese; Tosto che ciò accada, le rimetterò due Esemplari del primo e secondo tomo. Avrò piacere di sentire la risposta di M.r de la Grange al Sig.r Lorgna, rapporto agli scritti di Artiglieria che spiegano nell'Accademia di Artiglieria ai Cadetti. Suppongo che V. Ill.ma abbia presso di se l'Algebra del S.r Euler comentata dal predetto M.r di la Grange. Trattando

al punto ... parabola CZ, CX trascendentemente infinita. Quando ... essere $u = AZ'$, mentre $AL = ACx = AC = a$, e volendo che x seguiti a crescere, si dee concepire fatto un immenso volo da Z' a X, e gli accrescimenti di AZ' = u si hanno da prendere positivamente da X verso A. In tal guisa quando $x = AN$, sarà $u = AZ' + X'F$, Suppongasi $AF = AL$, ...

190

l'Euler dei numeri poligoni, che i numeri pentagoni, esagoni &. non si possono rappresentare tanto bene come i triangolari e quadrati. Io ritrovo questa espressione molto giusta, ma Mr. de la Grange dice il contrario, e se non sbaglio la sua stessa figura (Pag. 349. Tom I.) lo condanna. Dunque gradirò di sentir il suo parere, che stimo assaissimo. Ho ricevuto ultimamente del Diario dei Letterati di Pisa dell'anno passato. Gradirò di sapere, se l'Accademia di Bologna ha stampato nuovi tomi dei suoi Commentarj dopo la mia partenza d'Italia. Credo sicuro ciò che m'indica rapporto alle equazioni del terzo grado. Non ho letta ancora l'Istoria dell'Astronomia moderna scritta per M. Bailly. I torbidi di Ginevra non vorrei che cagionassero la perdita dell'eccellente Fisico Mr. le Sage. Se ha qualche notizia del medesimo, la prego di communicarmela: e frattanto resto con tutto il cuore Di V. Ill.ma Segovia 26 Giug.o 1782 Aff.mo Serv.re
Pietro Giann[...]

197 205

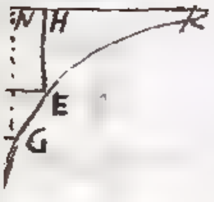
...superciac=
...p.$\frac{1}{2}$...
...$\frac{1}{2}$ infis

199

193

...6 Giu=
Dissev=
...va.
...ntori,
...gativa,
...nega=
...e pari=
...s a.
...
...

s'addattin...
...lavagi...
...e in luogo
...o di quello,
...azzurra.
...il di lu...
...restareb...
...deve sa...
...dell'in...



...e BZ'...
...dava
...$> AC = a$,
..., che
... alli

al punto C ci corrisp...
... iperbola CZ, CX nascendentemente infinita. Giunto
ad essere $u = BZ'$, mentre $AL = AC\,x = AC = a$, e
volendo che x seguiti a crescere, si dee concepire
nato un immenso volo da Z' ad X, e gli accrescimenti di $BZ' = u$ si hanno da prendere positivamente
da X' verso A. In tal guisa quando $x = AN$, sarà
$u = BZ' + X'F$, ~~Suppongasi AF = ...~~

...presso
...attende...
...nalo per...
...endo
...come
...i alla...
...meglio

Milano

190

l'Eu
q. ne
rip
mal
la
Du
ass
rio
sap
ton
Cra
dil
rio
di
cel
dir
cor

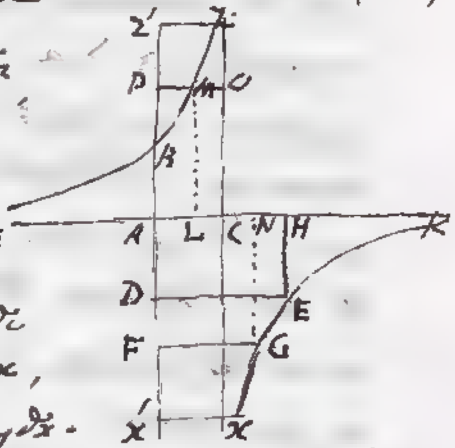
li è infallibile non darsi un primo infinito; imperciocchè supposto p infinito, nella serie $p^{\frac{n}{1}}$, $p^{\frac{1}{2}}$, $p^{\frac{1}{3}}$, $p^{\frac{1}{4}}$ abbiamo $p^{\frac{1}{n}}$ infinitamente minore di p e $p^{\frac{1}{2}}$ infi... 199

Ill.mo Sig.re Sig.re Padrone Col.mo 193

Non rispondo alla dottissima lettera di V. S. Ill.ma de' 6 Giugno, essendo stato occupato nel copiare una lunga Dissertazione, ed avendo dovuto rispondere ad altre lettere.

Ella dice benissimo, che la frazione $\frac{1}{a-x}$ ha sempre due valori, cioè uno più che infinito positivo, e l'altro finito negativo, quando $x > a$, ed al contrario uno più che infinito negativo, e l'altro finito positivo, quando $x < a$; il che parimente afferma il Sig.r Ab. Cevavalli alla pag. 16 r.

~~...dubbio, che poi dimostrare $\frac{1}{a-x}$ più che infinito non avesse molto giovato il chiamare in sussidio la serie,~~ come da Lei ~~si fa ...~~.



Sia $\int y dx = au$, abbiamo $au = \frac{a^3}{a-x} - a^2$, e quindi $(a+u)\cdot(u-x) = a^2$. Trovati gli assintoti IK, XZ si descriva l'iperbola conica, che soddisfi alla premessa equazione, ed essendo $AC = AB = a$, $AP = u$, $AL = PM = x$, avremo $BPO = au$ ~~proporzionale~~ $= \int y dx$. Se $AL = x = AC = a$, ne risulta l'aja infinita BZ... Se fin qui non c'è alcuna difficoltà. Per intendere il linguaggio dell'analisi, quando $AL = x > AC = a$, ci serva di scorta la geometria. Egli è certo, che al punto C ci corrispondono le due ordinate all'iperbola CZ, CX nascentemente infinite. Giunto ad essere $u = BZ'$, mentre $AL = x = AC = a$, e volendo che x seguiti a crescere, si dee concepire fatto un immenso volo da Z' ad X', e gli accrescimenti di $BZ' = u$ si hanno da prendere positivamente da X' verso A. In tal guisa quando $x = AN$, sarà $u = BZ' + X'F$, ~~Supponghiamo AF = AB, ...~~

Milano

e quando $x = AK$, ne risulterà $u = BZ' + X'A = AZ' - AB + X'A = 2AZ' - AA$; e perciò in questo caso $au = \int y\,dx = \frac{2a^3}{0} - a^2$, il che si accorda perfettamente colla verità.

A Lei sembra che il Geometra debba far violenza alla sua immaginazione: ma dall'iperbola conica venendoci somministrata la quadratura $\int y\,dx$, e contenendo la detta curva i due rami BZ, XEK, egli è necessario il passare da un ramo all'altro quando $x > a$, e questo passaggio necessariamente richiede il salto da Z ad X, ch'è conseguente all'indole dell'iperbola. Per la qual cosa io non sono inclinato ad ammettere il ripiego da Lei proposto di trasportare il ramo XEK al di sopra del punto Z, perchè ad un tal ripiego ripugna la geometria.

Tralascierei parimente l'ultimo suo artificio adattato all'aje dell'iperbola del terzo grado $y = \frac{a^3}{(a-x)^2}$; perchè quando una verità è posta in un lume chiarissimo, non bisogna cercare di più.

Eccole dunque la mia sincera opinione, che per altro sottometto al purgatissimo suo giudizio, per cui nutro quella verace stima, cogli attestati della quale ho l'onore di protestarmi.

Di V.S. Ill.ma

Treviso 29 Giugno 1761

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti
Ferrara.

Divot.mo Obbl.mo Servitor V.o
Giordano Riccati

gli è infallibile non darsi un primo infinito; imperciocchè supposto p infinito, nella serie $p^{\frac{1}{n}} \dots p^{\frac{1}{4}}, p^{\frac{1}{3}}, p^{\frac{1}{2}}, p$ abbiamo $p^{\frac{1}{2}}$ infinitamente minore di p e $p^{\frac{1}{3}}$ infin 199

195

ridurre in serie la grandezza $\frac{a^2}{a-x}$, non ommettendo il residuo ultimo, di cui si dee tener conto, ne risulta

$$\frac{a^2}{a-x} = a + x + \frac{x^2}{a} + \frac{x^3}{a^2} + \frac{x^4}{a^3} \cdots + \frac{x^{n-1}}{a^{n-2}} + \frac{x^n}{a^n} \cdot \frac{a^2}{a-x}$$

Io rifletto, che se in questa formola $\frac{a^2}{a-x}$ è più che infinita, tal esser dee parimente il residuo $\frac{x^n}{a^n} \cdot \frac{a^2}{a-x}$, e per conseguenza non rettamente nell'ipotesi di $x = 2a$ è stata da lei supposta quantità negativa $= -2^n a$. Era dunque di mestieri, schivando la contraddizione, maneggiare la formola nel seguente modo

$$\frac{a^2}{a-x} \cdot \left(\frac{a^n - x^n}{a^n}\right) = a + x + \frac{x^2}{a} + \frac{x^3}{a^2} + \frac{x^4}{a^3} \cdots + \frac{x^{n-1}}{a^{n-2}}$$

e dedurne poscia

$$\frac{a^2}{a-x} = \frac{a^n}{a^n - x^n} \cdot \left(a + x + \frac{x^2}{a} + \frac{x^3}{a^2} + \frac{x^4}{a^3} \cdots + \frac{x^{n-1}}{a^{n-2}}\right).$$

Secondochè $n = 1, 2, 3$ &c. abbiamo le seguenti formole

$$\frac{a^2}{a-x} = \frac{a}{a-x} \cdot a = \frac{a^2}{a-x}.$$

$$\frac{a^2}{a-x} = \frac{a^2}{a^2-x^2} \cdot (a+x) = \frac{a^2 \cdot (a+x)}{(a-x) \cdot (a+x)} = \frac{a^2}{a-x}.$$

$$\frac{a^2}{a-x} = \frac{a^3}{a^3-x^3} \cdot \frac{(a^2+ax+x^2)}{a} = \frac{a^2 \cdot (a^2+ax+x^2)}{(a-x) \cdot (a^2+ax+x^2)} = \frac{a^2}{a-x}.$$

&c. le quali nulla servono per determinare il valore di $\frac{a^2}{a-x}$ o più che infinito, o negativo nell'ipotesi di $x > a$.

Milano

191

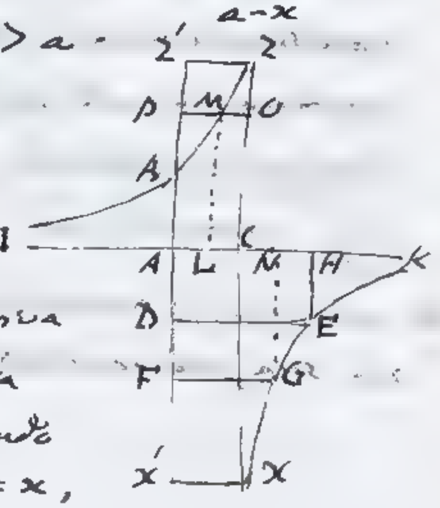
190

196

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

.. è infallibile non darsi un primo infinito; imperciocchè supposto p infinito, nella serie $p^{\frac{1}{n}}, \dots p^{\frac{1}{4}}, p^{\frac{1}{3}}, p^{\frac{1}{2}}, p$ abbiamo $p^{\frac{1}{2}}$ infinitamente minore di p e $p^{\frac{1}{3}}$ infinitamente minore di $p^{\frac{1}{2}}$, e così di seguito. La stessa riflessione dee applicarsi all'infinitesimo. Chi può mai negare il nome di quantità all'infinito, e all'infinitesimo, quantunque sia vero che all'uno, e all'altro possiamo accostarci oltre ogni limite, ma non giungervi mai?

Sig. Gianfrancesco de' Malfatti mi ha scritto dando molta lode alla Lettera di V. S. Ill.ma inserita nel Tomo XXI. di cotesto Giornale. Conferma egli col mezzo della seguente costruzione essere $\frac{a^2}{a-x}$ più che infinita nell'ipotesi di $x > a$. Se $Sydx = au$, abbiamo, quando $y = \frac{a}{(a-x)^2}$, $Sydx = au = \frac{a^3}{a-x} - a^2$, e quindi $(a+u).(a-x) = a^2$.



Tra gli assintoti IK, XZ si descriva l'iperbola conica, che soddisfaccia alla premessa equazione, ed essendo $AC = AB = a$, $AP = u$, $AL = PM = x$, avremo il rettangolo $APO = au = Sydx$. Se $AL = x = AC = a$, ne risulta l'aja infinita $AZ'Z$, e sin qui non c'è alcuna difficoltà. Per ben intendere il linguaggio dell'analisi, quando $AL = x > AC = a$, ci serva di scorta la geometria. Ci insegna questa, che al punto C ci corrispondono le due ordinate all'iperbola CZ, CX trascendentemente infinite. Giunto ad essere

la contribuzione, che sarà a mio ...,

Ella disporrà di me in ogni altro incontro, come di cosa sua propria.

Non ho tralasciato di portare i suoi favori alla famiglia

Milano.

$u = BZ'$, mentre $AL = x = AC = a$, e volendo che x seguiti a crescere, si dee concepire fatto un immenso volo da Z' ad X', e gli accrescimenti di $BZ' = u$ si hanno da prendere positivamente da X' verso A. In tal guisa quando $x = AN$, sarà $u = BZ' + X'F$ grandezza più che infinita: ma $u = \frac{a^2}{a-x} - a$; dunque $u + a = AB + BZ' + X'F = \frac{a^2}{a-x}$, e per conseguenza $\frac{a^2}{a-x}$ grandezza più che infinita. Dalle iperbola conica venendoci somministrata la quadratura $Sydx$, e contenendo la detta curva i due rami IAZ, XEK, egli è necessario il passare da un ramo all'altro, quando $x > a$, e questo passaggio necessariamente richiede il salto da Z ad X, ch'è confacente alla indole della iperbola. Colla scorta dunque infallibile della geometria si dimostra $\frac{a^2}{a-x}$ quantità più che infinita, qualora $x > a$.

Mi continui lo stimatissimo Sig. Abate l'onore della grazia sua preziosissima, e mi creda a tutte prove

Di V. S. Illma

Treviso 29 Giugno 1761

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Centavalli
Modena

Umil.mo Divot.mo Servitor
Giordano Riccati

s'addattino
i Caraggi
e in luogo
o di questo,
gazetta.
il di lui
restarebbe
dere se
e dell'in
mpresso
attendere
in altre
endo

la contribuzione, che sarà a me dovuta,
V.S. disporrà di me in ogni altro incontro, come
di casa sua propria.
Non ho tralasciato di portare i suoi favori alla
famiglia
Milano.

6

Stima.mo Sig.r Zio

Sono ancor io già persuaso, che negl'ottangoli s'addattino meglio le Collonne quadre, che le rotonde per la ragione dei piedestalli; ma volendovi por queste in luogo di quelle, non potrei ritrovar miglior ripiego di quello, che m'hà favorito in schizzo, salvo il caso dell'Ord.e a terra.

Ho piacere, che l'idea del soffitto abbia incontrato il di lei genio, e sia stata priva di cosa ripugnante; restarebbe ora il poterla esaminare in fatto per vedere se l'effetto, che produce, corrisponde a quello dell'immaginazione.

Replico di nuovo le mie istanze per esser compreso nel numero degl'Associati della sua Opera; attendendo da suoi preggiati comandi il tempo destinato per la contribuzione, che sarà a me dovuto; potendo Ella disporre di me in ogn'altro incontro, come di cosa sua propria.

Non ho tralasciato di portare i suoi favori alla famiglia

Milano.

Famiglia, la quale mi commette in concambio
d'inchinarla distintamente, e facendo anch'
lo stesso umilio, e verso di lei, e verso la sua stim-
ma:ma Famiglia, con tutto l'ossequio, e veneraz-
ne fo fine coll'onore di segnarmi

Pord.tt alli 10 Giugno 1741

Di V.S. Ill.ma Sig.r Zio Pron Col.mo

Um.mo Dev.mo Serv.e e Nipote
Niccolò di Sbrojavacca

...mezzo pel
...nato, è un
...salvato, e
...considera
...la mia

...sempio
...lazione
...finita
...si ha

20

No.

" Salvan mi comette di fare le sue scuse con V. S. Ill.ma se fino ad ora non si è portato costì; ma molte funzioni alle quali doveta assistere lo impedirono nel passato, ed ora è da qualche giorno obbligato alla camera per un foruncoletto che gli si è prodotto una infiammazione non leggera sotto il piè la destra, e che convenne tagliare. Ora la suppurazione procede a dovere ma per qualche tempo non è al caso d'adoperare la mano. Frattanto ... dal suo Maestro il libro promessogli, e perciò si raccomanda a V. S. Ill.ma di che io unisco pregandola mi do l'onore di segnarmi

Di V. S. Ill.ma

... 30 giugno 1781
... Franco

D.mo Obb.mo Servitore
Francesco Trivisan

Venezia 14 luglio 1781

Dev.mo Umil.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Coleti

Milano.

20

So.

[illegible]

Venezia li 2 Luglio 178[illegible]

Dev.mo Obb.mo Servitore
Sebastiano Oletti

Milano -

20

No.

Ill.mo Sig. Sig. e Prone Col.mo

Ill.mo Sig. Sig. Pad. Col.mo

Sig. Ab. Schiopalalba ho consegnato il tomo 8º degli Opuscoli per V. S. Ill.ma, e dal medesimo mi sono state anche pagate le lire due, importo di questo tomo. Da Pavia mi viene fatta somma istanza per avere una copia del libro: Riccati, Vincenzo, Principj di meccanica; e sul supposto ch'ella ne possieda gli esemplari, sarei a supplicarla di volerne consegnare uno al sud.º Sig.r Schiopalalba, avvisandomene il costo, per poterla rimborsare. Spero, ch'ella vorrà favorirmi, mentre in attenzione di grato riscontro, pieno di vera stima passo a protestarmi

Di V. S. Ill.ma

Venezia li 2 Luglio 1781

Dev.mo Obb.mo servitore
Sebastiano Coleti

Milano.

20

204

No.

Ill.mo sig.r sig.r e Pron. Col.mo

Milano.

Po.

20

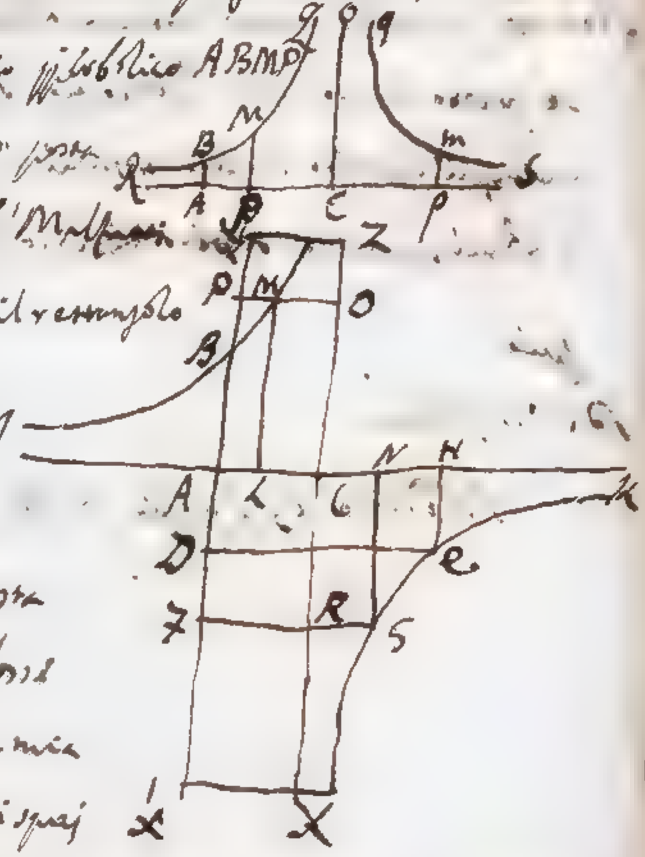
Al Nob.e Sig.r Sig.r P.ron Col.mo

Il Sig. Giordano Co. Riccati

Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron Col.mo

Io mi compiaccio sommamente nel vedere le tesi, che non hanno altro fondamento, che nella gentilezza del Sig. ... del Sig. de' Malfatti, mentre di vederle confermate, e rischiarate sempre più il mio pensiero dalle riflessioni e dell'autorevole ... e di V. S. Ill.ma, che si degnò di comunicarmele. La costruzione da me considerata e quella del Sig. de' Malfatti combinano perfettamente. Nella mia $\int y dx = \frac{a^3}{a-x} - a^2$ esprime lo spazio iperbolico ABMP supposta $x < a$, ovvero ABZOqmp posta $x > a$. In quella del Sig. de' Malfatti $\int y dx = au = \frac{a^3}{a-x} - a^2$ esprime il rettangolo BPO posta $x < a$, ovvero $(BZ' + X'7) . 7R$ posta $x > a$, nella quale ipotesi $\frac{a^3}{a-x}$ viene supposta più che infinita positiva. Se fosse supposta finita e negativa, nella mia costruzione $\int y dx$ esprimerebbe gli spazj $mpS + RBA$; e quella del Sig. de' Malfatti esprime il rettangolo B7R. Quest'ultima contiene una particolarità, che merita osservazione. La quantità più che infinita è perfettamente analoga a i più che infiniti considerati dal Sig. Abate Boscovich. Di più posta la stessa x si ha



Milano.

per mezzo della retta, congiungente la quadratura dello spazio iperbolico ABM della prima figura, e così di qualunque. Inoltre la legge della continuità vuole, che i rami delle iperbole si congiungano ad un punto infinitamente distante.

Non ho poi neppure avuto notizia alcuna del P. Fontana. Bramerei, che V.S. Ill.ma leggesse presso il suo libro. Certo non si dà un primo infinito assoluto; ma un qualunque infinito si può assumere come tale relativamente a quelli, che sono d'ordine superiore, o d'ordine inferiore. Resto [illegible] con profondo ossequio

Di V.S. Ill.ma

Modena 3 Luglio 1781

Umiliss.o e Devot.mo Servitore
Giuseppe Contarelli

nell'altra [illegible] ... [illegible] indizio, che io
[illegible]: è [illegible] [illegible]

Milano.

5

Al Nobile Sig.r Sig.r e Pron. Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

2

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo

Illmo Sig. Conte Prone Colmo

Non ebbi appena scritto a V. S. Illma, che conobbi lo sbaglio della serie, nato perchè in fretta di calcolo aveva attribuito agli esponenti degli ultimi termini le proprietà de' coefficienti. Perciò è, che scrivendo al P. Fontana Professore di Analisi sublime a Pavia, su quello stesso argomento, giacchè egli mi aveva dato la nuova della discertazione del Contarelli, ed aveva fulminato l'anatema contro i suoi pensamenti, mi son servito per sostenere il doppio valore delle quantità, di tutt'altre ragioni, le quali, secondo che mi scrive, gli rendono meno assurdo, ma non però in modo, che non persegui a creder falsa e indegna de' lumi presenti una tale opinione. Veda che vuol dire la diversità delle teste. Quel che l'ha un po' raddolcito, è stato il mio ripiego del cerchietto infinitamente piccolo, contro il quale fa delle obbiezioni, alle quali io risposi nell'ultima mia lettera. Pare, che se io sciolgo bene le sue difficoltà su questo punto, egli sia per ritirare i suoi fulmini, e venire del nostro partito. Staremo a vedere.

Prescindendo da alcune poche copie, le quali ho dovute distribuire qua e fuori di qui a quelle persone, che ero necessitato di preferire, non ho ancora avuto da Pavia alcun altro esemplare della mia Cassiniana. Quando verranno, sarò in traccia di occasione per fargliene tenere una copia, che Ella riceverà come un attestato del mio rispetto verso di lei, e della mia eccelsa stima. Tratto la curva colla sintesi degli antichi, e dividendo l'operetta in due parti, nella prima considero le sue proprietà geometriche, nell'altra la sua proprietà dell'isocronismo che ho in essa riconosciuto: Ella me ne darà poi il suo rispettivo giudizio, che io

Milano.

204

preferirò sempre al mio. Mi conservi intanto la preziosa sua grazia, mentre pieno di verace ossequio passo a confermarmi

di V. S. Ill.ma

Ferrara li 11 Luglio 1781

P.S. Non so se Ella abbia veduto la vita del nostro buon Zorzi scritta in un aureo latino dal Cavalier Jannetti mio Cugino. Caso che no, me ne dia avviso, perché insiem col mio Opuscolo gliene possa mandare una copia.

Dev.mo ed obblig.mo servitor ...
Franc.o de Maffatti

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo

Milano.

[illegible] R.mo Sig. Sig. e P.ron Col.mo

Il Sig. Conte Giordano Riccati

[illegible] Venezia

Treviso

[Stampan]dosi da noi nel tomo 9o della Raccolta un di Lei opuscolo, qui in-
[chi]use le rimetto le ultime pagine del medesimo, affinchè Ella abbia
la bontà di correggerle. Siccome nelle prime non si è trovato alcun in-
toppo, così ho creduto che la solita correzione potesse bastare; non
così però in queste dove non intendendosi alcune cifre, conviene dar-
le questo disturbo per il desiderio che l'opuscolo riesca al possibile
corretto. Ella farà il piacere dunque, dopo di avere corrette queste
stampe, di rimandarmele. Attenderò con questa occasione qualche
comando all'ultima mia servitù, mentre dispostissimo a' di Lei co-
mandi con tutto l'ossequio mi protesto

Di V. S. Illma

Venezia li 12 Luglio 1781

Umo Devmo Obblmo servitore
Sebastiano Coleti

in una formola da lui precedentemente dimostrata. Se
avesse avuto idea della quantità più che infinita, si
sarebbe

Milano.

, la

e

alle

ch'io

ssive,

rati

udi;

ativi:

$(x+y) = x$

vino

ndo

a;

sta

giugn vesse

avemo ... mano
in una formola da lui precedentemente dimostrata. Se
avesse avuto idea della quantità più che infinita, si
sarebbe

Milano.

Al Nob.e Sig. Sig. Pat.n Col.mo
Il Sig. Co: Giordano Riccati
Trevigio

Ill.mo Sig.r Sig.r e P.rone Col.mo

Non è mai stata quistione tra V. S. Ill.ma, e me della formola $f\left(\frac{e}{f}\right)^{\frac{y}{f}} = x$, la quale è imperfetta

Ho detto, che ad una serie geometrica di numeri corrisponde una serie aritmetica di Logaritmi, quando que' numeri possano rappresentarsi dalle potestà di una medesima quantità costante, ed invariabile. Questo è, ch'io confermo; ma non so vedere, come da ciò segua, secondo quello, ch'ella mi scrive, ch'io venga a stabilire, che que' numeri, i quali non vengono somministrati dalla formola $f\left(\frac{e}{f}\right)^{\frac{y}{f}} = x$, non appartenguno alla logistica, e quindi, che non dandoci la formola l'intero ramo de' numeri negativi, si deduca dalla mia proposizione, che non sieno reali i logaritmi de' numeri negativi: io non ho mai detto, che lo debba dare, e non dandolo ciò vorrà dire, ch'essa è imperfetta, ma io non dirò per questo, che i logaritmi de' numeri negativi sieno immaginarj. Oltre la quadratura dell'iperbole ho la formola $\pm(a^{\pm y}) = x$ che mi convince del contrario

Molto meno poi ho impugnato, che dalla formola di Lei $f\left(\frac{g}{f}\right)^{\frac{y}{h}} = x$ si ricavino tanti valori di x quanti ne richiede l'esponente $\frac{y}{h}$. Ho detto, che mettendo ella $\frac{y}{h} = \frac{m}{n}$ posto n numero pari, ed m dispari, mi nascea una difficoltà, ch'io da me non sapea sciogliere e cioè, che fatto $n = 2r$, per cui la formola diventa $f^{1-\frac{m}{2r}} g^{\frac{m}{2r}} = x$, io trovava quando il numero x dovea uguagliar la base

[illegible]

in una formola da lui precedentemente dimostrata. Se avesse avuto idea della quantità più che infinite, si sarebbe

Milano.

chè $f^{1-\frac{m}{2r}}=1$, $g^{\frac{m}{2r}}=g$, da che si raccoglieva dover il numero pari uguagliare il dispari contro il supposto.

Ma lasciando questo dico bene, che siccome ad un dato numero positivo, o negativo non corrisponde che un logaritmo, come credo di aver dimostrato così dalla stessa dimostrazione raccogliesi, che ad un dato logaritmo non corrisponde che un numero positivo, o negativo. Onde posta la base $=a$, se per esempio si avrà $a^{\frac{1}{3}}=x$, sarà $a^{\frac{1}{3}}=$ al numero, che corrisponde al log: $\frac{1}{3}$, non gli altri due, che si ricavano, cioè $a^{\frac{1}{3}}\cdot\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$ Imperocchè a nessuno di essi compete il valore, che compete alla potestà $a^{\frac{1}{3}}$; la quale per se un solo numero rappresenta. E siccome l'esponente è il logaritmo del numero, che viene espresso dalla potestà della base, perciò l'esponente $\frac{1}{3}$ competerà al solo numero $a^{\frac{1}{3}}$, non agli altri due, che dalla d.a potestà non sono rappresentati, ma che solamente si ritrovano per un artificio analitico affatto indipendente dalla teoria de' logaritmi

Io però mi professo infinitamente tenuto a V.S. Ill.ma delle dottissime [sue] difficoltà, che così non mi giugneranno nuove, se mai da qualchedun mi verran promosse in occasione che avrò date alla luce le mie idee sopra la nota proporz.e Bernoulliana, e sopra i logaritmi.

spedire, che a questa materia mai forse non avrei pensato, se da Lei non ne avessi avuto l'eccitamento, e non me ne avesse fatto coraggio. Vede ella però quanto le sono obbligato: Vorrei poter meritarmi il suo compatimento, e non veder inutile del tutto quello studio, che ho impiegato a suo consiglio in sì difficile, ed importante materia, e con tutto l'ossequio mi confermo.

Di V. S. Illma

Roma 18 Luglio 1781

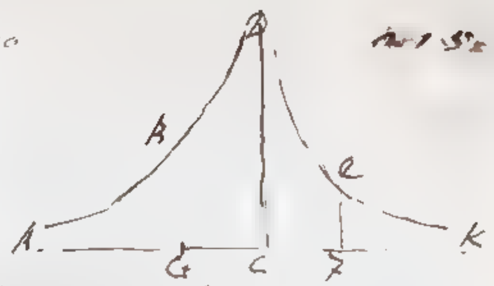
Umo, ed Obbmo Servre
Petronio mo Caldani

avendo ... maco
in una formola da lui precedentemente dimostrata. Se avesse avuto idea della quantità più che infinita, si
sarebbe

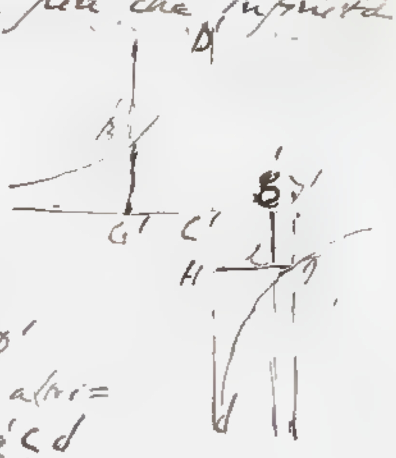
Milano.

20 21. 214

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo   n.135



non so come si possa ripugnare ad una evidente dimostrazione. L'aja ABD eZA è certamente più che infinita: ma questa si esprime per la formola $\frac{a^3}{a-x}$, posti GC = a, GZ = x; dunque la detta quantità benché in apparenza negativa, dinota un'aja più che infinita. La costruzione col mezzo dell'iperbola,



la cui equazione $\frac{a^2}{a-x} = z$, mette in maggior lume questa verità. Descritta l'iperbola, le cui coordinate formino il rettangolo dato $= a^2$, e fatta G'C' = a, G'Z' = x; il rettangolo G'C'D' si eguaglia all'aja ABDCA. Non altrimenti, tagliata C'g = a, il rettangolo g'C'd pareggia l'aja KeZCK: ma il rettangolo g'C'H è uguale all'aja KeZK; dunque il rettangolo LHd si eguaglia all'aja eDCZe, e per conseguenza l'aja ABDeZA si scopre più che infinita, siccome uguale al rettangolo infinito G'C'D' più il rettangolo parimente infinito LHd. E poiché ABDeZA $= a^2$, chiaramente si scopre, che divenuta infinita l'incognita z = C'D', seguita a crescere per la misura dH, onde si abbia G'C'·(C'D' + dH) = ABDeZA.

Mi fa ho esaminata una Dissertazione del P. Fontana, che tratta delle Altezze Barometriche, nella quale non avendo capito il linguaggio dell'Analisi, mette mano in una formola da lui precedentemente dimostrata. Se avesse avuto idea della quantità più che infinita, si

sarebbe

Milano.

n.° 61

sarebbe accorto, che la formola non avea bisogno di alterazione.

Gusterò molto volontieri la sua Cassiniana, e sono sicuro che ella la maneggerà da par suo. Se insieme con questa sua Opera mi spedirà la Vita del Sig. Ab. Zorzi di chiara memoria, l'avrò per favor singolare. Resto col maggior rispetto

Di V.S. Ill.ma

Castelfranco 19. Luglio 1761

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti .. Ferrara.

Div.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

Ill.mo Sig.r mio

Milano.

20 21. 214

Ella con tutta ragione potrà dirmi molesto, se io la disturbo di nuovo con altra richiesta, ma affidato nella sua bontà mi dà il coraggio d'esserlo.

Ho ritrovato un metodo da formare un'Elissi per soffitti da Chiesa, che non mi sembra disprezzabile, che in schizzo pongo sotto i suoi riflessi per intendere la sua opinione, e sapere, se, essendo diverso dalla buona pratica degli altri, sia da rifiutarsi. Prendo il mezzo soffitto qualunque a d z g col suo Arco maggiore da descriversi l'Elissi. Inalzo la linea punteggiata a g al dritto dei pilastri, ovvero della colonna dalla sua rastremazione uguale al raggio dell'Arco più il suo modone perpendicolare alla a d. fò g i poi, che è la lunghezza della lunetta maggiore sarà parallela ad a d. Prendo la distanza a b compreso il mezzo modone, e la

e la pongo in d e. Tiro la linea g e tra i due, p
g f d e la quale mi contrasegna in c il centro de
co picciolo. La distanza duplicata di e la sovrap
in e f, ed ecco in f il centro dell'arco grande. D
centro f per il centro c produco la linea f h, c
determinerà nel punto n l'unione dei due cir
Col raggio a e descrivo la porzione del circolo
e col raggio f n descrivo l'arco grande n z. O
per effetto della combinazione ritrovo, che n
passa per il punto i, che è l'apice della semi
e ad ecco fatta l'elissi, che desidero sia da lei esa
l'arco maggiore. A me pare, che ora resterebbe
da provarsi la necessità, che l'arco grande pass
il punto i, ovvero variando la descrizione dell'el
nell'altro modo, cioè segnando prima l'arco gran
con l'apertura f i fino al punto n, e poi col rag
e n tangente descriver l'arco picciolo a n, la ne sit

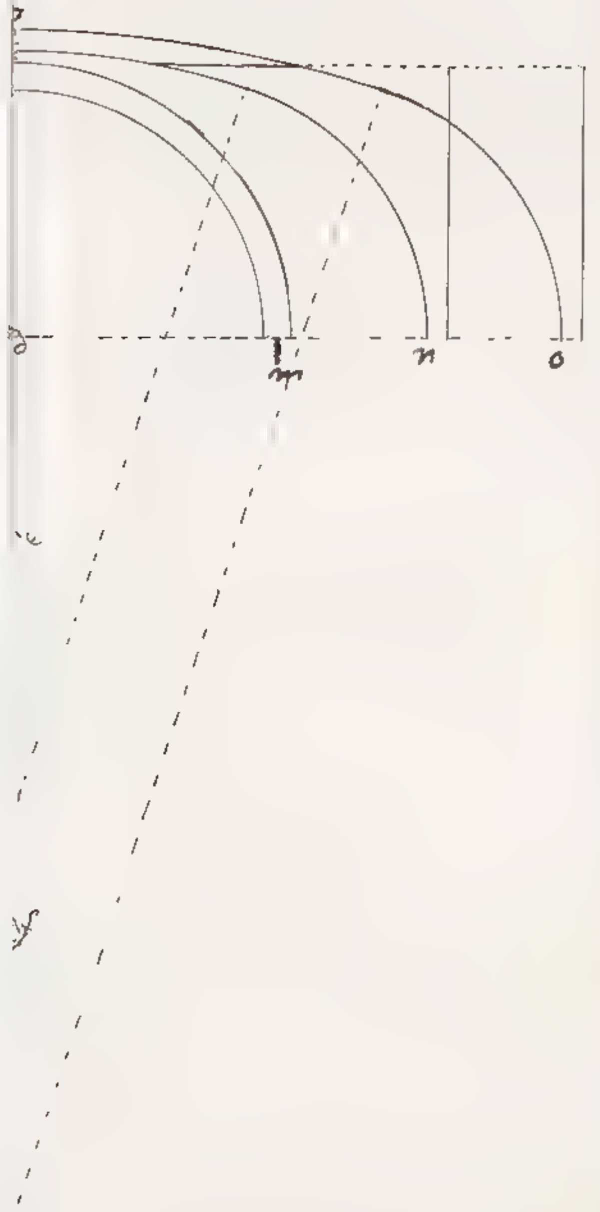
sitto Dico, che debba terminare nel punto a, come
vi vede in effetto, il che non credo molto difficile.
Dall'altra parte ella ne rileverà due altre Elissi
descritte con la stessa regola sopra altre due
distanze. Questa maniera s'ho trovato cos=
tante in molte prove, che ho fatto sopra varie
misure. Quello, che rimane in questa costru=
zione si è, che il raggio picciolo a . . . che corris=
ponde al raggio dell'arco maggiore più . . .
tuzi del mio modone, lo ritrovo uguale in tutte
l'elissi, variando soltanto il raggio grande a
proporzione delle distanze mn, no, per modo, che
se la distanza a 6 meno il mezzo modone si ridu=
cesse al niente l'elissi si convertirebbe nel
semicircolo che abbraccia il modone; e se la dis=
tanza a 6 si facesse maggiore tanto più s'accresce

di l'Eclissi; come ella rileverà dall'unito esem
Questo è quanto ho scoperto dopo qualche
ma, resta ora, che Ella si prenda il disturbo di
siderar la combinazione per vedere se si in
tutto ciò che parmi di ritrovare in effetto
nò più tanto in attenzione della sua rispos
con tutto suo comodo, e mi sarà gratissim
Intanto pregandola di scusa, e de miei com
menti ad ognuno di sua Stim.ª Famiglia
a sua disposizione, con tutto l'ossequio mi p
testo

Di Lei Sig.r Zio Stim.mo

Pord.e alli 21 Luglio 1781

Devo.mo Obb.mo Servitor
Niccolò di Sbrojava



Milano.

20.

No

Di

Illmo.

oggetto
segno
per
soluta
ma
mente
intrap
ure
da lei
libertà
S. G
a segu
come

li 3

Gui

Ill.mo Sig.r Conte mio Pron.e Stimo.

223

Troppo lungo tempo in vero lasciai correre senza rinnovarle un atto del dover mio per contrasegno della stima, ed obbligo infinito, che le professo de' tanti favori e benefizj impartitimi. Prego pertanto V. S. Ill.ma a donarmi un benigno perdono, e ad accettare la presente colla solita sua benignità come spero avrà riguardata l'altra mia scrittale pochi giorni dopo la mia partenza da costì. La distanza, nè gl'anni avranno mai forza di togliermi dalla mente le obbligazioni mie verso lei per la sofferenza avuta nell'erudirmi dell'arte del intagliarmi, al cui studio, quantunque non possa donare tutto quel tempo ch'io vorrei pure non passa giorno che riandando non vada ora l'una, ed or l'altra dell'istruzioni da lei ricevute. Ma troppo ci vorrebbe per esprimerle la mia riconoscenza, nè ho sufficiente libertà di spirito per farlo, quantunque conosca benissimo quanto le deggia. Supplico perciò V. S. Ill.ma a supplire alle mie mancanze, e rozze espressioni col di lei buon animo, ed a seguitare ancora per l'avvenire a considerarmi, com'uno de' suoi affezionati servitori, come mi vanto d'essere con tutto il rispetto

Di V. S. Ill.ma

li 31 Luglio 1781 Bologna

Umo Devmo Obbmo Servitore
Francesco Olivetti

Del medesimo incomodo.

Qui è stata pubblicata la nuova legge dell' Imperatore, che disgiunge

Milano.

del medesimo incomodo.
Qui è stata pubblicata la nuova legge dell' Imperatore, che disgiunge

Milano.

All' Illmo: Sig: Sig: Prone Colmo:
Il Sig: Conte Giordano Riccati

Franca p Vena

Castelfranco

Ill.mo Sig. Sig. Pron Colmo 223

229

Rendo à V. Ill.ma molte grazie per le notizie che mi

metti=

225

Ill.mo Sig.r Sig. Pron Colmo

Desidero di avere la nuova Opera del Sig. Abate de' Preti sopra l'Architettura, che V. S. Ill.ma mi accenna, la quale non può non essere pregevolissima, essendovi degnata Ella stessa di aggiungervi la prefazione. Io le sarei dunque obbligatissimo, se V. S. Ill.ma potesse trovar modo di farmela tenere qui in Milano, e potesse insieme indicarmi il prezzo, ed alcuna Persona, alla quale io potessi qui contarlo. Questo nondimeno intendo, quando la opera non oltrepassasse di molto il gigliato.

L'Indice delle composizioni Marcelliane, che si trovano presso di Lei, sfortunatamente si è smarrito nelle mani del copiatore avanti che ne facesse la copia; onde ardisco di nuovo supplicare la sua gentilezza del medesimo incomodo.

Qui è stata pubblicata la nuova legge dell' Imperatore, che disgiunge

Milano.

226

tutti i Corpi Regolari dal governo de' superiori, che dimorano fuori di Stato, e per conseguente siamo tutti in pensiero, come essa può ben comprendere, e abbiamo gran bisogno de' lumi, e degli ajuti del Signor Addio. Mi raccomando alla sua pregiatissima grazia, e di nuovo mi raffermo.

Milano Coll.º Imp.le de' Nobili 2. Agosto 1782.

Di V. S. Ill.ma

Umil.mo, Divot.mo, ed Obbl.mo Servitore
Giov. Luigi R.

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Colmo

Rendo à V. S. Ill.ma molte grazie per le notizie che mi

Milano.

10

All'Ill.mo Sig.re Sig. Pron Col.mo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Ill.mo Sig.r Sig.r Sron. Col.mo

229

Rendo à V.S. Ill.ma molte grazie per le notizie che mi commun... rapporto al trattato di Artiglieria fatto dal Sig.r Lorgna per uso del ...gio Militare di Verona. Mi viene scritto da Parigi che nella ... dei cadetti di Artiglieria diretta da M.r ... ut non si spiega verun li... ... Artiglieria, lo che mi ha maravigliato assai. Gradirei sapere ciò che si fa à Ber... no rapporto à questo particolare. M.r de la Grange potrebbe dare una tale notizia, giacche à vedo uni'a ... ai medesimo per mezzo della Società Italiana di Scienze e d'Arti formata dal Sig.r Lorgna. Veddi annunziata la Opera dell'Abate Ximenes nel ...rnale dei Savi di Parigi, e mi rallegro che sia utile alla teoria delle acque correnti.

Passo a determinare il valore ...

$FI = \sqrt{(FK)^2 + (KI)^2} = \sqrt{(5\cdot 2)^2 + (12)^2} = \sqrt{3393} = 58,2\ldots$, la quale cala dal raggio FN per $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ di quella misura che si prende per unità, che nel nostro caso è il mezzo modenese. Per la qual cosa il circolo del raggio FN non passa pel punto I ma cade al di sopra

per

metri=
à pra
on
ziarne
sue
DE
= 12.
$-\frac{18\cdot 30}{31} = \frac{540}{31}$
$\frac{3\cdot 30}{31}$
sunto
cagnarsi
golo
$= \frac{540}{31}$,
6,40

Milano.

226.

Nel prossimo mese avrò occasione di mandarle un
parte dell'Impresso del mio Corso di Algebra, e mi
merò assai che mene dia il suo parere notandomi
tutto ciò che non fosse di sua approvazione: e frattanto
tanto resto con sottoscrivermi cordialmente

Di V. S. Ill.ma

Segnia 1 Agosto 1781

Aff.mo Serv. ed A...
Pietro Gianni...

matri=
à pra
on
ritorno

suo
13 = DE
= 39,
– 16 = 12.

– 16 · 30 = 540/31
3 · 30/31
punto
30,
segnarsi
golo
30)²)
)²

= 540/31,
6,40

Passo a determinare il valore nella ...ea
$FI = \sqrt{(FK)^2 + (KI)^2} = \sqrt{(52)^2 + (12)^2} = \sqrt{3393} = 58,28$,
la quale cala dal raggio FN per $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ di quella
misura che si prende per unità, che nel nostro caso
è il metro modenese. Per la qual cosa il circolo del
raggio FN non passa pel punto I ma cade al di sopra
per

Milano.

All'Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Colmo

Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Treviso

2

Stimat.mo ed Amat.mo Sig. Nipote

Quantunque la sua costruzione non sia geometricamente giusta; nulladimeno può servire alla pratica, perchè si accosta molto all'esatto. Per non impegnarmi in calcoli troppo lunghi e tediosi, ricorro ad un esempio.

Sia (fig. 1) $AD = 30$, il raggio della curva $= 16$, il suo modulo $= 2$, $AB = AD - BD = 30 - 17 = 13 = DE$ $= \frac{1}{2} EF$, $AG = GI = DK = 18$, $DF = 3AB = 39$, $FK = FD + DK = 57$, $KI = GK - GI = 30 - 18 = 12$.
Tirata la linea EG avremo
$EK = ED + DK = 31 : KG = 30 :: AG = 18 : AC = \frac{18 \cdot 30}{31} = \frac{540}{31}$
Si osservi essere $CD = AD - AC = 30 - \frac{18 \cdot 30}{31} = \frac{13 \cdot 30}{31}$

Descrivo la retta FCN, la quale taglierà nel punto N il circolo AN delineato col raggio $AC = \frac{18 \cdot 30}{31}$, e cerco il valore del raggio FN, col quale deesi segnare la porzione di circolo NZ. Essendo retto l'angolo FDC, avremo $FC = \sqrt{((FD)^2 + (DC)^2)} = \sqrt{\left((39)^2 + \frac{(13 \cdot 30)^2}{(31)^2}\right)}$ $= \frac{13}{31}\sqrt{(9 \cdot (31)^2 + (30)^2)} = \frac{13}{31} \cdot \sqrt{(9549)} = \frac{13}{31} \cdot 97{,}72 =$ $\frac{1270{,}36}{31}$. Al FC si aggiunga $CN = \frac{18 \cdot 30}{31} = \frac{540}{31}$, e ne risulterà il raggio $FN = \frac{1810{,}36}{31} = 58{,}40$

Passo a determinare il valore della linea $FI = \sqrt{((FK)^2 + (KI)^2)} = \sqrt{((57)^2 + (12)^2)} = \sqrt{3393} = 58{,}25$, la quale cala dal raggio FN per $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ di quella misura che si prende per unità, che nel nostro caso è il metro modenese. Per la qual cosa il circolo del raggio ~~FN~~ non passa pel punto I ma cade al di sopra
per

Milano.

per una piccola grandezza, che nel disegno, sparito il compasso non rende manifesta. In quella nostra elissi il semiasse minore $D.Z = 19,4 = 19\frac{2}{5}$, e per conseguenza $K.Z = 1\frac{1}{5}$.

Penso che avrà piacer che le esponga il metodo generale per descrivere le elissi con due porzioni di cerchio. Sieno (fig. 2) AD, DZ i due semiassi dell'elissa, stabilisco arbitrariamente il raggio AC minore del semiasse DZ, e segnata ZE = AC, tiro la retta CE. Divisa questa per metà nel punto B, conduco ad essa la normale BF, che taglierà il semiasse ZD continuato nel punto F. Dai punti F, C delineo FC, che prolungo sin tanto che sia CN = CA = EZ, e dico, che colle le due porzioni di circolo AN descritta col raggio CA, NZ descritta col raggio ZN comporranno l'elisse ANZ, la quale passerà pel punto dato Z.

Nei triangoli CAF, EAF sono eguali i lati CB, EB, il lato FB comune, e gli angoli CBF, EBF uguali, perchè retti; dunque si eguagliano le basi FC, FE, ed aggiunte alle stesse le linee uguali CN, EZ, passa eguaglianza fra FN, FZ; e quindi il circolo descritto col raggio FN passa pel punto Z. Si avverta, che le due porzioni di circolo AN, NZ non fanno angolo nel punto N, a cagione che le loro tangenti condotte al detto punto sono amendue normali ad FN. In oltre le tangenti dei punti A, Z formano, come succede nelle elissi coniche, angolo retto, quella con AD, e

questa

que stanno ~~AD eguale~~ con Z F ... = 53

Se si fosse fatto il raggio $AC = DZ$, la porzione di circolo NZ sarebbe cangiata in una linea retta parallela ad AD; e perciò egli è necessario lo stabilire AC minore di DZ. Quanto il raggio AC si determina più piccolo, altrettanto l'elisse verso A diviene più acuta.

Sostituendo l'elisse conica a quella disuguale con due porzioni di cerchio, si ottiene facilmente, che essendo (fig. 3) AG, uguale al raggio dell'arco maggiore più il suo medesimo, e l'orizzontale $GI = AG$ uguale alla lunghezza della stuccata, e di più AD il semiasse maggiore dell'elisse, si ottiene dico, che questa passi pel punto I, determinando opportunamente il valore del semiasse minore DZ. Si continui GI sino in K, e pel punto I si conduca l'ordinata IC parallela a GA, ed uguale a GA, e per conseguenza $= AC$.

Per la proprietà dell'elisse abbiamo

$(2AD - AC)AC : (CI)^2 :: (AD)^2 : (DZ)^2$, e quindi essendo $AC = CI$

$2AD - AC : CI :: (AD)^2 : (DZ)^2$, e perciò dividendo ~~per AD 2 : CI :: (AD) : (DZ)^2~~ passando all'equazione, $\frac{CI.(AD)^2}{2AD - AC} = (DZ)^2$, ed estratta la radice $\frac{AD.\sqrt{CI}}{\sqrt{(2AD - AC)}} = DZ$. Il perché se si stabilirà DZ

Milano.

$DZ = \frac{AD \cdot \sqrt{CI}}{\sqrt{(2AD - AC)}}$, la latissà AZ passerà pel punto I.

Suppongasi come sopra $AD = 30$, $DK = CK = AC = 18$ pe ne risulterà $DZ = \frac{30\sqrt{18}}{\sqrt{42}} = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2700}}{\sqrt{7}} = \sqrt{385,7143} = 19,64$. Nella fig. 1. abbiamo trovato $DZ = 19\frac{40}{100}$, e nella fig. 3 si scopre $DZ = 19\frac{64}{100}$, sicchè questo nuovo DZ supera il primo per $\frac{14}{100}$, che molto si accosta ad $\frac{1}{7}$.

Mi lusingo, che quanto ho scritto le possa servire di lume sufficiente per ben intendere, che nella pratica non può confondersi il prossimo coll'esatto, inarrivabile così nella geometria, e pregandola di adempiere gli uffici di riverenza con ciascuno della rispettabile sua famiglia, mi dichiaro costantemente

Di Lei Sig. Nipote Amatissimo

Castelfranco Agosto 17 [illegible]

Divotissimo Obbligatissimo Servitore
Giordano Riccati

Fig. 1.

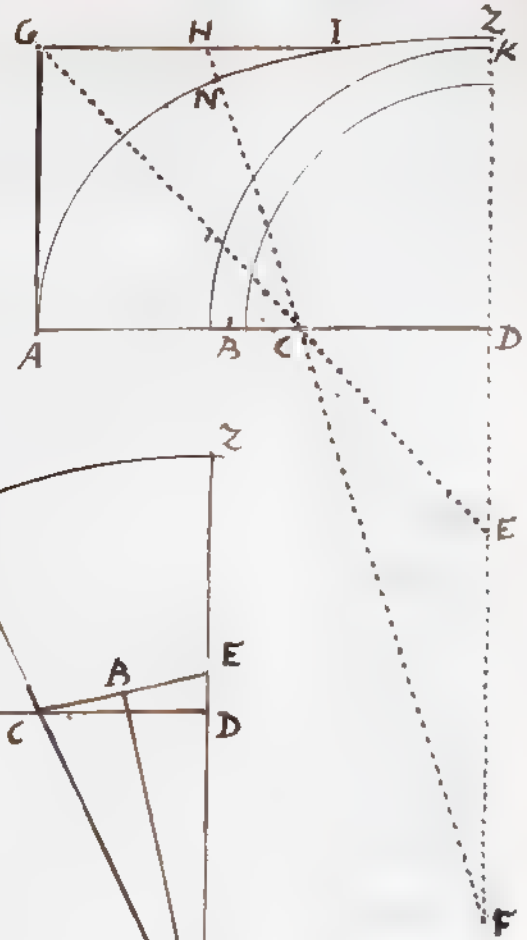


Fig. 2.

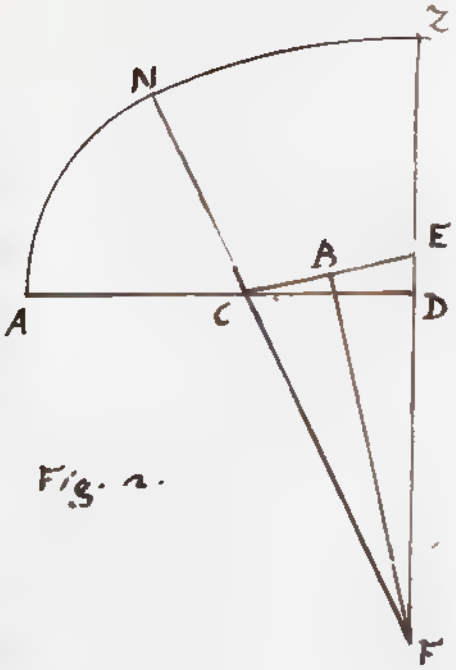
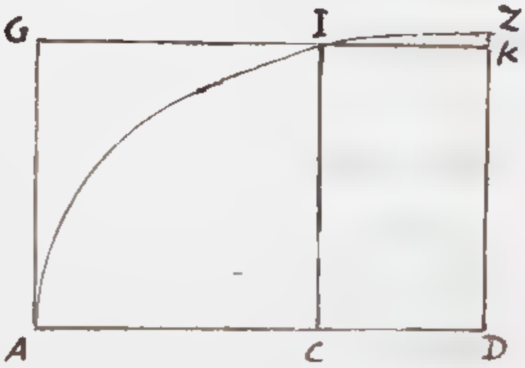


Fig. 3.



Il presente secolo non è favorevole ai Regolari; e quindi è molto espediente, che ricorrano ai lumi, ed agli ajuti del Signor Iddio. Mi conservi la grazia sua stimatissima, e mi onori di credermi Di V. R.

Castelfranco 15. Agosto 1781. Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Serv.re

Giordano Riccati

R. D. Giovenale Sacchi
Milano.

Div.mo Obblig.mo Servitore

Giordano Riccati

Nobile Sig.r Conte.

235

Molto Rev.do Padre Sig.re Sig.re Padrone Colmo

La gentilissima lettera di V. R. mi è stata spedita da Trevisio a Castelfranco, dove io mi sono trasferito per prendervi le acque di Recoaro, come è mio solito costume d'ogni anno. Quando fra non molti giorni ritornerò a Trevisio, studierò di trovar modo di farle tenere costì in Milano gli Elementi di Architettura del Sig. Francesco Maria Preti, i quali costano soltanto L 4 legati alla rustica. Contengono questi i veri, e genuini principj di questa bella Arte, e possono riuscire utilissimi. Al mio ritorno a Trevisio riservo parimente il rifar l'Indice delle composizioni Marcelliane, che le spedirò prontamente. Qui in Castelfranco altro non ho fatto salvochè l'esaminare un Opuscolo di un mio Amico sopra le equazioni del terzo grado, il quale per uno sbaglio di calcolo cadeva in paralogismo. Prendendo le acque di Recoaro, che mi sono riuscite giovevoli, mi sono per lo più impiegato a leggere libri di divertimento. Il presente secolo non è favorevole ai Regolari; e quindi è molto espediente, che ricorrano ai lumi, ed agli ajuti del Signor Iddio. Mi conservi la grazia sua stimatissima, e mi onori di credermi

Di V. R.

Castelfranco 15. Agosto 1781.

Umil.mo Divot.mo ed Obbl.mo Serv.re
Giordano Riccati

P. D. Giovenale Sacchi.
Milano.

20

Nov

Bi

Sebo

Bij

Nobile Sig.r Conte.

Febbre, che tratto tratto viene a farmi qualche poco graziosa visita, mi toglie l'onore di potermele inchinare. Non sapendo, quando Ella Nob. Sig. Co: parta da Castelfranco, temo quindi di non poter esser al caso di poter sentire da Lei la sentenza della mia piccolissima Dissertazione, mi presento dunque umilmente con questa Mia, perchè Le si degni di farmi la grazia di rendermi noto con lettera il suo parere, che ansiosamente desidero, e che qualunque siasi stimerò ugualmente per il profondo suo merito, e saper. La sua bontà mi fa ardito, scusi Ella dunque mentre pieno di ossequio mi segno

Brujita 29 Agosto 1781 Di Lei Nob. Sig.r Conte

Umil.mo Dev.mo Obbl.mo Ser.e
Marcantonio Rizzi

2 3 46

zo
e,
ala
vio
ro
rrō
isco
ledo
lina
n.
dus

Riflessioni sopra l'Opuscolo del Sig. Ab. Rizzi.

Nella dimostrazione della seconda Proposizione, che il Metodo Cardanico richieda necessariamente l'equalità di due radici, c'è uno sbaglio di calcolo, che conduce alla falsa conseguenza espressa nella predetta Proposizione. Riporto la progressione del calcolo.

Le radici dell'equazione $x^3+qx+r=0$ siano generalmente $x=y+m$, $x=u$, $x=t$. Mancando il secondo termine, dovrà essere $y+m+u+t=0$; laonde $t=-u-y-m$. Nascerà dunque l'equazione $x^3+qx+r=(x-y-m)\cdot(x-u)\cdot(x+u+y+m)=x^3+(-u^2-y^2-2my-uy-m^2-mu)\cdot x+u^2y+u^2m+uy^2+2muy+m^2u=0$. Ma pel metodo Cardanico $3my=-q$; dunque $3my=u^2+y^2+2my+uy+m^2+mu$, da cui si deduce $y=\frac{m-u}{2}+\left(\frac{m+u}{2}\right)\cdot\pm\sqrt{-3}=\frac{m}{2}\cdot(1\pm\sqrt{-3})+\frac{u}{2}\cdot(-1\pm\sqrt{-3})$. Avremo dunque $\frac{m}{2}\cdot(1\pm\sqrt{-3})=y-\frac{u}{2}\cdot(-1\pm\sqrt{-3})$, e quindi $m=\frac{2y-u\cdot(-1\pm\sqrt{-3})}{1\pm\sqrt{-3}}$, e moltiplicando, e dividendo per $1\mp\sqrt{-3}$, $m=\frac{y\cdot(1\mp\sqrt{-3})-u\cdot(1\pm\sqrt{-3})}{2}=\frac{y-u}{2}+\left(\frac{-y-u}{2}\right)\cdot\pm\sqrt{-3}$. Sbaglia il Sig. Abate determinando $m=\frac{y-u}{2}+\left(\frac{y+u}{2}\right)\cdot\pm\sqrt{-3}$, qualmente si può accertare rifacendo il computo. Unisco in una somma i due valori da me scoperti di y e di m, e mi si presenta $y+m=\frac{y}{2}\cdot(1\mp\sqrt{-3})-u+\frac{m}{2}\cdot(1\pm\sqrt{-3})=\frac{y+m-2u}{2}+(-y+m)\cdot\pm\sqrt{-3}$. Il Sig. Abate trova non rettamente $y+m=\frac{y+m-2u}{2}+\left(\frac{y+m}{2}+2u\right)\cdot\pm\sqrt{-3}$, e ne raccoglie primieramente $y+m=-2u+(y+m)\cdot\pm\sqrt{-3}$ $+2u\cdot\pm\sqrt{-3}$, ed indi $y+m-(y+m)\cdot\pm\sqrt{-3}=-2u+2u\cdot\pm\sqrt{-3}$, ovvero $(y+m)\cdot(1\mp\sqrt{-3})=-2u\cdot(1\mp\sqrt{-3})$ e dividendo per $1\mp\sqrt{-3}$, $y+m=-2u$. Ora essendo $t=-u-y-m$, e $-y-m=2u$, ne deduce $t=u$, e conchiude, che l'equazione $x^3+qx+r=0$ è fornita necessariamente

necessariamente secondo il metodo Cardanico di due radici eguali [illegible].

Dalla vera equazione frattanto $y+m = \frac{y+m}{2} - u + (-y+m)\cdot \pm\frac{\sqrt{-3}}{2}$, o sia $y+m = -2u + (-y+m)\cdot \pm\sqrt{-3}$ ci viene insegnato essere soltanto $y+m = -2u$, quando $-y+m=0$, e quindi $y=m$. Fatte q negativa ed r ambigua, onde l'equazione del terzo grado si esprima così $x^3 - qx \mp r = 0$, il metodo Cardanico determina $y = \sqrt[3]{(\pm\frac{1}{2}r \pm \sqrt{(\frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{27}q^3)})}$ $m = \sqrt[3]{(\pm\frac{1}{2}r \mp \sqrt{(\frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{27}q^3)})}$. Ma perchè si scopra $y=m$, qualora sia $\frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{27}q^3 = 0$, e conseguentemente $q = 3\sqrt[3]{\frac{1}{4}r^2}$; e perciò $x^3 - 3\sqrt[3]{\frac{1}{4}r^2} \mp r = 0$. Si divida questa equazione per $x \mp 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}r}$ (essendo in tal incontro $y+m = \pm 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}r}$) e ne risulterà il quoziente $x^2 \pm 2x\sqrt[3]{\frac{1}{2}r} + \sqrt[3]{\frac{1}{4}r^2} = 0$, che si risolve nelle due radici eguali $x \pm \sqrt[3]{\frac{1}{2}r} = 0$, $x \pm \sqrt[3]{\frac{1}{2}r} = 0$, le quali congiuntamente colla radice $x \mp 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}r} = 0$ formano l'equazione $x^3 - 3x\sqrt[3]{\frac{1}{4}r^2} \mp r = 0$.

Se il metodo Cardanico supponesse generalmente due radici eguali nella formola $x^3 - qx \mp r = 0$, conterrebbe certamente contraddizione; ma non accettando egli la detta generale supposizione, ne rimane dal vizio notato; e quindi addiviene, che le formole Cardaniche geometricamente si costruiscano, il che è una prova convincente della loro esattezza.

ua
ráua
= o,
uda
= v
lova
veio
ua
rio/:
ta
tav:
Vaw
20
'e,
aeg
a la
rio
.az
va
gue
aro
:sco
ido
lina
anig
m.
das

Ill.mo Sig.r Co:, e Prõn Col.mo

Non furon bastevoli tante importunità mie reccate à V. S. Ill.ma pe'l corso d'anni trenta, ch'ora vieppiù scorgo accresciute le mie obbligazioni dalla di lei carità esercitata per mio Figlio; Iddio Signore lei benedica, e conservi, ch'io abbenchè tristo, e inneto non mancierò porger prezzi al medesimo per tal fine: le vicende mie riuscirami agradevoli quando intender possi di questo ancora, come degl'altri due il suo stabilim.to

Imploro scusa da V. S. Ill.ma d'un tanto ardire, nel tempo che eseguiero mi dò l'onor di bacciarle la mano, e sottos.mi

Di V. S. Ill.ma

Cretta di Bolcrino li 22 Agosto 1781.

Umil.mo Dev.mo et Obblig.mo Ser.e
Giamb.ta Galvani

... sexonicas, li co esperimento un potente febbrifugo. Novamente le dimando scusa, e pieno di obbligazioni mi segno

Brigita 24 Agosto 1781 Di Lei Nob. Sig. Co:

Umil.mo Dev.mo Obb.mo Ser.e
Marcantonio Rizzi

zo

a la ie,

cun

no profon=
mente a la
bia sba= rio
are, come
sembran=
to avan= vo
- per=
sai anco ne=
nella ero
nostra.

isco

- Olho

ova rettorica, di cui esper=
rimento un potente febbrifugo. Novamente le dimando scusa, e
pieno di obbligazioni mi segno

Brigida 24 Agosto 1781 Di Lei Nob. Sig. Co:

Umil.mo Dev.mo Obb.mo Se.
Marcantonio Rizzi

Oggi ricevo la pregiatissima Lettera di Lei con le Riflessioni sopra la mia Dissertazione.

Le lessi subito con avidità, e con quella stima, che merita il suo profondo sapere. Io la ringrazio pertanto molto, e prego umanamente di non stancarsi d'illuminarmi, mentre io non so vedere, com'abbia sbagliato nel calcolo, ed abbia quindi dedotta una conseguenza fallace, come dalla qui inclusa Risposta all'obbiezioni vederà V.a S.ia Ill.ma sembrandomi in vece l'obbiezione una dimostrazione nuova di quanto avanzai. Scrivo la mia Risposta qual mi cade dalla penna non permettendomi il mio presente stato di molto riflettere. Arrivai ancor io all'equazione da Lei Nob. Sig. Co: ritrovata, ma non feci nella mia Operetta parola per le ragioni, che leggerà nella Risposta. Scusi l'ardire, e il disturbo.

Oggi mi trovo libero da febbre. Ho provista la China, ma non l'ho usata avendomi servito in vece dell'Erba Betonica, che io esperimento un potente febbrifugo. Novamente le dimando scusa, e pieno di obbligazioni mi segno

Brigita 24 Agosto 1781 Di Lei Nob. Sig. Co:

Um.mo Dev.mo Obb.mo Se.

Marcantonio Rizzi

zo
'e,
[illegible]
a ta
rio
.ez
vo
[illegible]
xro
:sco
[illegible] rdo
[illegible] line
[illegible]
n.
[illegible]

Dall'equazione $3my = u^2+y^2+2my+uy+m^2+mu$ si ha $m^2 - my + mu = -u^2 - y^2 - uy$, la quale, estraendo la radice seconda, da $m = \frac{y-u}{2} + \frac{y+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$.
Volendosi poi aver il valor di y col mezzo della stessa equazione $3my = u^2+y^2+2my+uy+m^2+mu$ si averebbe $y^2 - my + uy = -u^2 - m^2 - mu$, che darebbe, estraendo la radice seconda, $y = \frac{m-u}{2} + \frac{m+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$. I valori di m, e di y sommati insieme, dopo l'opportune operazioni, come nella Prop. 11., darebbero $y+m = -2u$, ed $u = 0$. E perchè sempre si possono in tal guisa ritrovare i valori di y, e di m, quindi sempre nei casi della Prop. 11. doverà verificarsi dover essere $y+m=-2u$: onde $y = -2u-m$, ed $m=-2u-y$, i quali valori di y, e di m sostituiti nell'espressioni di m, e di y daranno $m=-u$; $y=-u$, ed $y+m=-2u$. Non ci vedo quindi nell'operazioni sbaglio di calcolo.
Se poi ritrovasi il valor di m dal valor di $y = \frac{m-u}{2}+\frac{m+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$ si ha $m = \frac{y-u}{2} - \frac{y-u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$; ma questa espressione di m è una nuova dimostrazione della mia Prop. 11. perchè solo allora si verificherà esser $m=\frac{y-u}{2}-\frac{y-u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$, e nello stesso tempo esser $m = \frac{y-u}{2}+\frac{y+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$, come si cerca il metodo, quando sarà $m=-u$, ed $y=-u$, e quindi $y+m=-2u$. In fatti ritrovandosi l'uno, e l'altro valore di m con istretto analitico raziocinio, deve l'uno esser uguale all'altro, e perciò esser sempre nel caso delle tre radici reali $y=-u$, $m=-u$, e quindi $y+m=-2u$, ed $u=0$.

Dunque

Dunque l'obbiezione diviene una dimostrazione novella della mia Proposizione. Si aggiunga, che dall'espressione di $m = \frac{y-u}{2} - \overline{\frac{y-u}{2}} \cdot \pm\sqrt{-3}$ si trova combinandola con l'espressione di $y = \frac{m-u}{2} + \overline{\frac{m+u}{2}} \cdot \pm\sqrt{-3}$, $y+m = -2u + 2 \cdot \overline{m-y} \cdot \pm\sqrt{-3}$, che nulla decide riguardo al valore della radice $y+m$, onde una tale strada non ci conduce all'intrinseche condizioni del metodo, come ci conduce quella, ch'io già calcai. Alla seconda obbiezione, che le formole cardaniche si costruiscono vistosi nella mia Operetta, e deve vedersi non essere concludente, perchè nel caso delle tre radici reali ricevono generalmente la trisezione dell'arco, che involve la soluzion generale dell'equazioni di terzo grado.

20
'e,
[illegible]
ala
vio
.ez
vo
gne
kro
isco
odo
line
kney
n.
del

Riflessioni sopra la Risposta del Sig. Ab. Rizzi.

Dall' equazione $3my = u^2+y^2+2my+uy+m^2+mu$ si ha $m^2 - my + mu = -u^2 - y^2 - uy$, e supplendo al quadrato, $m^2 - my + mu + \frac{y^2 - 2yu + u^2}{4} = -\frac{3}{4}u^2 - \frac{3}{4}y^2 - \frac{3}{2}uy$, ed estratta la radice, $m - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}u = \left(\frac{y+u}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$, e finalmente $m = \frac{y-u}{2} + \left(\frac{y+u}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$

Si raccoglie altresì dalla sovrascritta equazione $y^2+uy-my = -u^2-m^2-mu$, e conseguentemente $y^2+uy-my+\frac{u^2-2mu+m^2}{4} = -\frac{3}{4}u^2-\frac{3}{2}mu-\frac{3}{4}m^2$, e cavando la radice, $y+\frac{u-m}{2} = \left(\frac{-u-m}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$, e quindi $y = \frac{m-u}{2} \left(\frac{-u-m}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$. Il Sig. Abate ~~viene~~ sceglie alla formola $y = \frac{m-u}{2} \left(\frac{+u+m}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$, che rispettivamente al già ~~supposto~~ fissato valore di m non può accettarsi; perché ci guida all' assurdo.

Congiungendo insieme i valori di m, e di y stabiliti dal Sig. Abate, avremo $m+y = \frac{m+y}{2} - u + \left(\frac{m+y}{2}+u\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$, e quindi $\frac{m+y}{2}+u = \left(\frac{m+y}{2}+u\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$. Questa equazione non deve ammettersi, e perché generalmente assurda, supponendo $1 = \pm\sqrt{-3}$; e perché anche quando nel caso di $\frac{m+y}{2}+u=0$ si schiva l'assurdo, restringe l'equazione del terzo grado $x^3-qx-r=0$, limitandola alla sola circostanza di $\frac{m+y}{2} = -u$, ed escludendo l'altre due dalle tre radici ineguali, o tutte e tre reali, o una sola reale, e due immaginarie.

Unito al valore di m quello di y espresso alla mia maniera, scopriremo $m+y = \frac{m+y}{2} - u + \left(\frac{m-y}{2}\right)\cdot \pm\sqrt{-3}$, cioè $m+y = -2u + (m-y)\cdot \pm\sqrt{-3}$, e facilmente ne dedurremo l'altre due radici $u = \frac{-m-y}{2}$

$-\frac{m-y}{2}+\left(\frac{m-y}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$; $t=-\frac{m+y}{2}+\left(-\frac{m+y}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$.

Posta $= A$ la metà della radice Cardanica, egli è certo essere $m = A \pm n$, $y = A \mp n$, onde ne risulti $m+y = 2A$. Se l'equazione dal terzo grado è fornita di due radici eguali, abbiamo $n = 0$. Che se ad essa competono tre radici ineguali, dato che queste siano reali, è $n = a\sqrt{-1}$; e se una sola è reale, e le altre due immaginarie, diviene $n = a$;

Ho già fatta la riflessione essere $m+y = 2A$. Nelle formole esprimenti i valori di u, e di t si pongano in cambio di m, e di y i loro valori $A \pm n$, $A \mp n$, e ci si presenterà $u = -A \pm n.\pm\sqrt{-3}$, $t = -A \mp n.\pm\sqrt{-3}$. Quando le tre radici dell'equazione $x^3 - qx - r = 0$ sono reali, ed ineguali, dovendo essere $n = a\sqrt{-1}$, il calcolo ci dà giustamente le tre reali, ed ineguali radici $m+y = 2A$, $u = -A + a\sqrt{3}$, $t = -A - a\sqrt{3}$. Nel caso delle due radici uguali, annullandosi n, le tre radici accettano le espressioni $m+y = 2A$, $u = -A$, $t = -A$. Qualora finalmente una sola esser deve la radice reale, e due immaginarie, abbiamo $n = a$, e quindi $m+y = 2A$, $u = -A + a\sqrt{-3}$, $t = -A - a\sqrt{-3}$, che in fatti sono tre radici ineguali una reale, e due immaginarie.

Credo che quanto ho scritto possa bastare per convincerlo stimat.mo Sig. Abate, che le aggregate delle due formole $m = \frac{y-u}{2} + \left(\frac{y+u}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$, $y = \frac{m+u}{2} + \left(\frac{u+m}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$ non può accomodarsi all'equazione del terzo grado $x^3 - qx - r = 0$, e che questa necessariamente richiede le due formole relative $m = \frac{y-u}{2} + \left(\frac{y+u}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$, $y = \frac{m-u}{2}\left(\frac{-u-m}{2}\right).\pm\sqrt{-3}$; la somma delle quali mi dà

rettamente

rettamente $m+y = -2u + (m-y) \cdot \pm\sqrt{-3}$; formola, che si adatta a tutte le circostanze dell'equazione $x^3 - qx - r = 0$.

Ill.mo ... 79 ... 253 255

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo 251

Spedisco a V. S. Ill.ma due copie del Tomo 22.° del Giornale ultimamente uscito alla luce, ove ella troverà stampato il mio libello all'esame del sistema musico del Sig. Tartini, e questo per commissione del Sig. Abate Tiraboschi. L'involto è spedito a Venezia per la posta ordinaria del corriere; onde bisogna che V. S. Ill.ma si prenda l'incomodo di farlo ricuperare colà a suo nome dalla corriera, ossia posta di Modena.

Ho letto il bello, ed elegante trattato sulla curva Cassiniana del Sig. Gianfrancesco Malfatti, il quale mi è piaciuto all'estremo e per il maneggio spedito delle [illegible]; e molto più per le nuove proprietà meccaniche della curva da lui scoperte. Il P.re Fontana mi ha risposto per mezzo del Sig. Conte Angelo della Decima un suo bravo [illegible], e mi ha fatto vedere il paralogismo, che ho commesso nell'applicare generalmente la serie $p, p', p^2, p^3, p^4 \ldots p^\infty$ a questi infiniti, che stanno in mezzo a due altri d'ordine differente, e veramente egli ha tutta la ragione. Ma in quella dissertazione del Infinito logaritmico insegna una cosa, di cui non so veder chiara la dimostrazione. Pretende egli cioè, che il logaritmo d'un numero infinito sia uno di quelli, che egli chiama paradossi, cioè tale, che bisogna moltiplicarlo infinite volte per se stesso, perchè agguagli il numero, che si suppone essere infinito del primo ordine. Questo lo deduce dalla nota equazione $n = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5}$ &c, in cui n è il numero infinito, x il logaritmo. Raccoglie quindi che la prima x

...non solo è infinitesima rispetto ad n, ma inoltre è di un ordine infinitamente più basso dell'ordine di n; perchè tutti essi, nel secondo membro dell'equazione x s'innalza ad una potenza sempre più alta, e questo senza fine, perchè la serie è infinita. Questa è una ragione, che non mi appaga; la serie è [illegible] all'infinito. Dunque l'ultimo elemento dell'ordine [illegible] dunque posto $n = \infty$, l'ultimo termine sarà $\left(\frac{x}{n}\right)^n = 0$: Affinchè ciò si verifichi basta solo, che x sia minore di n. Non so poi qual'uso io faccia bene, o male. Questa difficoltà non l'ho fatta, e forse non la farò nemmeno al Sig. Fontana. Espongo solo il tutto a V. S. Ill.ma, affinchè mi illumini. Resto sempre pronto a suoi comandi, e mi professo con pienissimo ossequio

Di V. S. Ill.ma

Modena 24 Agosto 17[illegible]

Umil.mo e Dev.mo Servitore
Giuseppe Consarelli

[illegible] 253 255

250

25

2.

6 9

Al Nobile Sig.r Sig.r e P.ron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Venezia per Treviso

Alcune settimane sono mi è pervenuto da Sienna da quel Sig.r Pappini Carli un fagotto, che poi per varie combinazioni non potei ritirare dalla Dogana, che ora, incluso in esso trovai il Plico diretto a V. S. Ill.ma, che prontamente le spedisco e per le di cui spese di porto si compiacerà accreditarmi di £1:5. Ella si accerti del mio dispiacere per l'inconveniente ritardo, e sempre pronto a suoi venerati comandi mi protesto

[illegible] 25 Ag.to 1781

Di V. S. Ill.ma

Um.o Dev.mo Obb.mo Servitore
Giambattista Pasquali

Ill.mo Sig.r Co: Giordano Riccati Treviso

La Betonica fece ottimo effetto, ma avendo io jeri, ed oggi abbandonata la Betonica, e presa la China, oggi mi sento una picciolissima alterazione di polso; se seguita così ritorno alla Betonica. Intanto pieno di obbligazione, e d'ossequio mi dico.
[illegible] 29 Agosto 1781 Di Lei Nob. Sig. Co. [illegible] Um.o Dev.mo Obb.o Ser.e
Marcantonio [illegible]

250 254

25

[illegible]

La Betonica fece ottimo effetto, ma avendo io jeri, ed oggi abbandonata la Betonica, e presa la China, oggi mi sento una piccolissima alterazione di polso; se seguita così ritorno alla Betonica. Intanto pieno di obbligazione, e d'ossequio mi dico.

[illegible] 29 Agosto 1781

Di Lei Nob. Signori [illegible] Umo. Devmo. Obbmo. Servo.
Marcantonio Bellini

2.5.0

2 5

Nob. Sig. Co: 2 5 5

[...]ondi rimanere convinto, non cercando, che la pura verità, e non distendendo queste mie Osservazioni per ispirito di contesa, ma per rinvenire il [...], e perchè (scusi la libertà filosofica) il sentimento di Lei Nob. Sig. Co: al mio debole intelletto non comparisce in figura da convincermi. Dalle qui incluse osservazioni Ella giudicherà. Vedrà in fine, che la stessa sua formola dimostra la mia Proposizione, e che contiene pure l'assurdo, quando due radici non siano uguali: e se nella mia Risposta scrissi, che niente decideva riguardo alle proprietà del metodo lo scrissi non avendo esaminata la sua. formola, atteso il mio stato. La sua bontà mi scuserà, se nuovamente la disturbo per amore del vero.

La Betonica fece ottimo effetto, ma avendo io ieri, ed oggi abbandonata la Betonica, e presa la China, oggi mi sento una piccolissima alterazione di polso; se seguita così ritorno alla Betonica. Intanto pieno di obbligazione e d'ossequio mi dico

[...]ita 29 Aprile 1761 Di Lei Nob. Sig. Co: Um.mo Dev.mo Obb.mo Se.
Marcantonio [...]

ro
e,
urz
ala
rio
.uz
ra
gue
uro
:sco
do.
:ine
urey
n.
des

Osservazioni sopra le Avvertenze del Nob. Sig. Co:

Non si può negare, che sia $m = \frac{y-u}{2} + \overline{\frac{y+u}{2}} \pm \sqrt{-B}$; e che sia $y = \frac{m-u}{2} + \overline{\frac{m+u}{2}} \cdot \pm \sqrt{-B}$, e che quindi sommando sia $y+m = \frac{y+m}{2} - u + \overline{\frac{y+m}{2} + u} \cdot \pm \sqrt{-B}$. e se quest'equazione ci conduce all'assurdo quando due radici dell'equazione non sono uguali, è colpa del metodo Cardanico, che contiene in tal ipotesi l'assurdo il quale apparisce poi nell'equazione, e sparisce quando le condizioni del metodo s'accordano con quelle dell'equazione, che sono di due radici uguali: perchè non credo che V.a S.a mi obbietterà, che essendo le due radici uguali la mia equazione $\frac{y+m}{2} + u = \overline{\frac{y+m}{2} + u} \cdot \pm \sqrt{-B}$ sarebbe $-u+u = \overline{-u+u} \cdot \pm \sqrt{-B}$, nella quale dividendo per $-u+u$ si avrebbe $1 = \pm \sqrt{-B}$ equazione assurda, perchè in tal caso gli obbietterei lo stesso assurdo nella sua $y+m = -2u + \overline{m-y} \cdot \pm \sqrt{-B}$, o sia $y+m+2u = \overline{m-y} \pm \sqrt{-B}$, nella quale fatto $y = m = -u$ si avrebbe $-2u + 2u = \overline{-u+u} \cdot \pm \sqrt{-B}$ o sia $2 \cdot \overline{-u+u} = \overline{-u+u} \cdot \pm \sqrt{-B}$ e dividendo per $-u+u$ finalmente $2 = \pm \sqrt{-B}$ equazione egualmente assurda. Questo, secondo me, vuol dire, che la divisione essendo indifferente se facciasi per 0, o per quantità, dimostra l'assurdo, che nel secondo caso il metodo Cardanico contiene, e che solo il 0 può far svanire.

Che

che poi la mia equazione ristringa l'equazione cubica al caso di due radici uguali non per difetto del metodo Cardanico, ma per colpa del mio modo di calcolare non so determinarmi ad ammettere, non vedendo in che consister possa la ristrizione. So, ch'Ella risponde, che il valore di y determina qual sia il valore di m, che prender si deve, ma appunto per questo, non essendovi nel mio calcolo ristrizione, il suo valore di m deve essere uguale al mio, perchè se vi è ragione di prendere un valore, piuttostochè un altro di m determinandolo dall'espressione di y, la stessa ragione vuole, che si prenda, com'io lo prendo determinandolo, com'io lo determino.

- Supponendo poi V.a S.a tacitamente estratta la radice terza dalla formola Cardanica ritrova ne' tre casi le radici dell'equazione, e così deve essere, come osservai nella mia Operetta, perchè supponesi superata la contraddizione, che appunto l'estrazione della radice impediva nel caso irreducibile.

Dimostrazione della Prop. 11. dedotta dall'equazione del Sig. Co:

Supponiamo, che la mia equazione $y+m = y+m - u + \frac{y+m}{2} + u \cdot \pm \sqrt{-b}$ non sia esatta, ma lo fossia esatta l'equazione di Lei Nob. Sig. Co: com'è di fatto. Secondo V.a S.a il valore di y è $= \frac{m-u}{2}$

$\frac{m-u}{2} + \overline{\frac{m+u}{2}} \cdot \pm\sqrt{-B}$; ma mentre è tale il valore di y, il valore di m deve essere $= \frac{y-u}{2} - \overline{\frac{y-u}{2}} \cdot \pm\sqrt{-B}$, o sia $= \frac{y-u}{2} + \overline{\frac{y+u}{2}} \cdot \mp\sqrt{-B}$. Sarà dunque $y+m$, o uguale ad $\frac{m-u}{2} + \overline{\frac{m+u}{2}} \cdot +\sqrt{-B} + \frac{y-u}{2} + \overline{\frac{y+u}{2}} \cdot -\sqrt{-B}$, o pure uguale ad $\frac{m-u}{2} + \overline{\frac{m+u}{2}} \cdot -\sqrt{-B} + \frac{y-u}{2} + \overline{\frac{y+u}{2}} \cdot +\sqrt{-B}$. Essendo $y+m$ sempre lo stesso, questi due valori saranno uguali, dunque $\frac{m-u}{2} + \frac{m\sqrt{-B}}{2} + \frac{u\sqrt{-B}}{2} + \frac{y-u}{2} - \frac{y\sqrt{-B}}{2} - \frac{u\sqrt{-B}}{2} = \frac{m-u}{2} - \frac{m\sqrt{-B}}{2} - \frac{u\sqrt{-B}}{2} + \frac{y-u}{2} + \frac{y\sqrt{-B}}{2} + \frac{u\sqrt{-B}}{2}$, o sia, cancellati i termini, che si distruggono, $\frac{m\sqrt{-B}}{2} - \frac{y\sqrt{-B}}{2} = -\frac{m\sqrt{-B}}{2} + \frac{y\sqrt{-B}}{2}$, e dividendo per $\frac{\pm\sqrt{-B}}{2}$, si averà $m-y = -m+y$, dalla quale si cava $y=m$. Il valore di m sostituito nella sua espressione $y+m = -2u + \overline{m-y} \cdot \pm\sqrt{-B}$ da $2y = -2u$, o sia $y = -u$, che porta alle due radici uguali, come vede la mia Prop. 11. Il metodo dunque Cardanico è vizioso. Se in vece si avesse fatta la divisione per $\frac{m-y}{2}$ si avrebbe avuto $+\sqrt{-B} = -\sqrt{-B}$, equazione assurda. Anche dunque l'equazione di 4.a 5.a induce all'assurdo, quando due radici non siano uguali.

Ma Sig. Co: da ciò rileverà, che l'assurdo nasce per difetto del metodo, ch'è vizioso, e non per difetto dell'equazione, o del calcolo, come dissi a principio.

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo   263   267

Molto Rendo Pre Sigre Prone Colmo   n 61

provvista una copia dell' Opera del Sig. Francesco
Maria Preti, e cercherò di trovar modo di fargliela
tenere costì in Milano.
inchiudo l'Indice delle Composizioni Marcelliane,
che si trovano presso di me. La maggior parte
di queste Cantate sono belle distintamente.
uscito il Tomo XXII. del Giornale di Modena, in
cui V. R. leggerà il mio esame del Sistema Mu=
sico del Sig. Giuseppe Tartini; e se mi communi=
cherà intorno ad esso il riputatissimo suo pa=
rere, l'avrò per favor singolare.
Mi conservi nel possesso della grazia sua pre=
giatissima, e si degni di seguitar a riputarmi
quale ho l'onore di confermarmi

Di V. R.

Treviso 5 9bre 1761

Molto Rendo Pre D. Giovenale Sacchi. Milano

Umilmo Divotmo ed Obblmo Serva
Giordano Riccati

260

262

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 263 263

ro
e,
uen
ala
rio
.er
ro
gne
rò
isco
ido
line
unto
n.
dus

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

scritto a Venezia al Sig. Colatti, acciocchè riscuota
dalla Posta di Modena l'involto, contenente le
due copie del Tomo XXII. di cotesto Giornale,
che gentilmente mi invia col mezzo di V.S. Ill.ma
il Sig. Abate Tiraboschi, a cui farà grazia
di rassegnare i miei divoti ringraziamenti.
Il Sig. Gianfrancesco Malfatti ha promesso di inviarmi
per qualche opportuna occasione il suo Trattato
della Curva Cassiniana. Quando mi giungerà,
lo leggerò molto volentieri, ed ammirerò
la maestria del suo dottissimo Autore.
L'equazione $n = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4}$ &c.,
in cui n significa il numero infinito, ed x
il suo logaritmo, dinota chiaramente, che la
quantità x è trascendentemente minore di n,
perchè per uguagliar n è necessario alzarla
alle potestà prima, seconda, terza, quarta &c.
che si uguagliano a grandezze infinite di ordine
sempre superiore. Benchè x sia infinitesimo
in riguardo ad n, è nulladimeno infinito,

sempre di essere — Di V.S. Ill.ma

Treviso 10 9bre 1761.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Colonnello Antonmario
Lorgna Verona.

260 264

e quindi $\frac{x^2}{1.2}$ è infinitamente maggiore di x, $\frac{x^3}{1.2.3}$ infinitamente maggiore di $\frac{x^2}{1.2}$, e così di seguito. La proposizione dunque del S. Fontana è patentemente vera.

E raccomandandomi alla sua buona grazia, pieno di vera e costante stima mi dichiaro

Di V. S. Illma.

Treviso 7 9bre 1761

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli Modana

Umilmo Divotmo Servitore
Giordano Riccati

sempre di essere Di V.S. Ill.ma

Treviso 10 Xbre 1761.

Ill.mo Sig. Colonnello Antonmario Lorgna Verona.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo — 265

Monsigr. Canonico Carlo Adami, che se ne viene a Verona, le sarà consegnata la presente insieme con un rodoletto, che contiene la promessa Dissertazione sopra le Vibrazioni sonore dei Cilindri. Se V.S. Illma la leggerà, e mi comunicherà il suo riputatissimo sincero parere, lo avrò per favor singolare.

Sig. Pietro Giannini è stato scritto da Parigi, che nella Scuola dei Cadetti di Artiglieria diretta da M. Bezout non si spiega verun corso di Artiglieria. Avendogli ciò recato maraviglia, desidererebbe di sapere quello che si pratica a Berlino rapporto a questo particolare. Se ella col mezzo del Sig. de la Grange mi desse tale notizia, la parteciperei al Sig. Giannini.

Le rinnovo gli attestati della mia divozione, e di quella perfetta stima, per cui mi glorierò sempre di essere

Di V.S. Illma

Treviso 10 9bre 1761.

Divotmo Obblmo Servitore
Giordano Riccati

Illmo Sig. Colonnello Antonmario Lorgna Verona.

267

ro
e,
cuz
ala
rio
uz
vo
gue
kro
isco
do
line
unty
n.
dus

[illegible]

Venezia li 12 8bre 1781

Um. Dev. Obb. Servitore
Sebastiano Coletti

zo
e,
ez
ala
rio
ez
va
gne
xro
isco
ido
ine
ente
n.
dis

Venezia li 12 8bre 1781

Dev.mo Obl.mo Oss.mo servitore
Sebastiano Coleti

[illegible]

[illegible]

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo 254

Non essendomisi mai presentata occasione sicura per mandargli il pacchetto ricuperato dalla posta di Modena, non [illegible] bene di spedirglielo oggi per il Corriere, da cui ella saprà ricuperarlo. Siccome il sud.o pacchetto era franco, così altro non ho speso, che ciò di lei nella rispettiva consegna. Nel mese scorso, mentre io era in Padova, il Sig. Ab. [illegible] mi mandò il libro, di cui l'ho pregata: e subito che avrò l'importo di vedervi, pagato al sud.o Sig. Ab. l'importo del medesimo. Frattanto disposto a' di lei comandi con tutto l'ossequio mi protesto

Di V. S. Illma

Venezia li 10 9bre 1781

Umo Dmo Obbmo servitore
Sebastiano Coleti

All Nob. Sig. Sig. P.ron Col.mo

Il Sig. Giordano Riccati

con un pacchetto

segnato suo nome

Venezia

Illmo Sig. Sig. Prone Colmo

Nell'occasione che la Gentildonna Sig.ra Finchetta del Cassaro nata Grimani si è portata a Venezia, le è stato consegnato un involto da spedire a V. S. Illma costì a Treviso. Esso contiene alcune copie della mia Cassiana insiem coll'Elogio Latino del fu Ab. Zorzi. Delle suddette copie del mio Opuscolo Ella ne riterrà una per se in attestato del mio sommo rispetto, e le altre mi farà grazia di consegnarle a un Librajo perchè le esponga alla pubblica vendita al prezzo di 2 Lire e mezza veneta l'una. Se a Treviso non vi fosse speranza di esitarle, forse in Novembre a Padova non sarà difficile l'ottener ciò, col ritorno de' Lettori e degli Scolari. Intanto Ella mi farà grazia di esaminare il Libro, e mene dirà poi il rispettabile di Lei giudizio. Io sono intanto colla più sincera stima, e col più verace ossequio

Di V. S. Illma

Ferrara li 12 7bre 178..

Umilmo ed Obbmo Servitor Vero
Francesco de Malfatti

v, e solamente si avvera nella circostanza di $V(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}\xi^3) = 0$, la quale suppone l'equazione del terzo grado

2 > 2

trate col metodo cardanico, il quale [illegible] in v, e solamente si avvera nella circostanza di $V(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3) = 0$, la quale suppone l'equazione del terzo grado

51

All'Ill.mo Sig. Sig.r Pron Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

Venezia Treviso

Sig. Abate Riverit.mo 273

Io vorrei pur persuaderla, che il metodo Cardanico non dà due radici eguali, quando l'equazione del terzo grado non le richiede. Egli è certo essere $m = \frac{q-u}{2} \pm \left(\frac{+y+u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$, $y = \frac{m+u}{2} \mp \left(\frac{+m+u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$; ma volendo unire in una somma i valori di m, y, bisogna usare nei secondi termini degli omogenei di comparazione i segni contrarj; che determinano rettamente $m+y = \frac{m+y}{2} - u \left(\frac{\pm y \mp m}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$. Quindi si deducono le altre due radici dell'equazione $u = \frac{-m-y}{2} \left(\frac{\pm y \mp m}{2}\right)\sqrt{-3}$; $t = \frac{-m-y}{2} \left(\frac{\pm y \mp m}{2}\right)\sqrt{-3}$. Servendosi dei segni ambedue positivi, o negativi in riguardo ai secondi termini dei valori di m, e di y, si trova $m+y = \frac{m+y}{2} - u \left(\frac{\pm m \pm y \pm u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$, formula assurda, eccettuatone il solo caso di $\frac{m+y}{2} \ldots = 0$, o sia di $\frac{m+y}{2} = u =$ zero, che richiede l'equazione, e suppone eguali le due radici [illegible]. Chi operasse in tal guisa commetterebbe uno sbaglio simile a quello di quel tale, che sapendo essere $m^3 = \frac{1}{2}v \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}$; $y^3 = \frac{1}{2}v \mp \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}$, pensasse di poter supporre $m^3 + y^3 = v \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}$. Questa equazione è falsa, perchè contraria a ciò, che si è dimostrato col metodo Cardanico, il quale stabilisce $m^3 + y^3 = v$, e solamente si avvera nella circostanza di $\sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)} = 0$, la quale suppone l'equazione del terzo

grado

2 Y 45

grado fornito di due radici eguali. Al contrario la formola $m^3+y^3=t$ si adatta a tutte l'equazioni cubiche mancanti del secondo termine ...

Ella pretende di cavare l'assurdo dalle due formole da me usate $m=\frac{y-u}{2}\pm\left(\frac{+y+u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$, $y=\frac{m+u}{2}\mp\left(\frac{+m+u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$, la somma delle quali mi somministra $m+y=\frac{m+y}{2}-u\cdot\left(\frac{\pm y\mp m}{2}\right)\sqrt{-3}$. Essendo $m+y$ sempre lo stesso, i suoi due valori saranno eguali, onde si abbia $\frac{m+y}{2}-u\left(\frac{+y-m}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}=\frac{m+y}{2}-u\cdot(-y+m)\cdot\sqrt{-3}$. Cancellati i termini comuni, si trova $\frac{y-m}{2}=\frac{-y+m}{2}$, e quindi $y=m$, il che ci dà $u=t=-\frac{m+y}{2}$. Anche il mio metodo adunque conduce alla conseguenza delle due radici eguali, che è generalmente falsa.

A questa accusa abbiamo già risposto così: La somma $m+y$ ha sempre lo stesso valore, ma ciò non si verifica delle parti componenti, le quali variano secondo che assumono i segni superiori, o gl'inferiori, colla condizione per altro, che la loro grandezza si permuti, prendendosi da m, cangiati i segni, quella che competeva ad y, e da y quella che competeva ad m, onde il loro aggregato rimanga sempre costante.

Ai valori relativi $m=\frac{y-u}{2}+\left(\frac{y+u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$, $y=\frac{m-u}{2}-\left(\frac{-m-u}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$ ci corrisponde il valore di $u=-\frac{m+y}{2}-\left(\frac{+y-m}{2}\right)\cdot\sqrt{-3}$. Gli altri due valori relativi li nomino

m'

m', y', onde si abbia $m' = \frac{y'-u'}{2} \left(\frac{-y'-u'}{2}\right) \cdot \sqrt{-3}$, $y' = \frac{m'-u'}{2} \left(\frac{+m'+u'}{2}\right) \cdot \sqrt{-3}$, e ad essi riferiscasi $u' = \frac{-y'-m'}{2} \left(\frac{+m'-y'}{2}\right) \cdot \sqrt{-3}$. Negli omogenei di comparazione della quarta, e della quinta formola si ponga m in cambio di y', y in cambio di m', u in cambio di u', e ne risulterà $m' = \frac{m-u}{2} \left(\frac{-m-u}{2}\right) \cdot \sqrt{-3} = y$, $y' = \frac{y-u}{2} \left(\frac{+y+u}{2}\right) \cdot \sqrt{-3} = m$, e conseguentemente $m'+y' = y+m$. Che poi sia $u' = u$ (oltrechè u è una delle tre radici invariabili dell'equazione) agevolmente si prova; imperciocchè sendo $u = \frac{-m-y}{2} \left(\frac{+y-m}{2}\right) \cdot \sqrt{-3}$, $u' = \frac{-y'-m'}{2} \left(\frac{+m'-y'}{2}\right) \cdot \sqrt{-3}$, se nel secondo omogeneo di comparazione si sostituirà m in luogo di y', y in luogo di m', scopriremo $u' = -\frac{m-y}{2} \left(\frac{+y-m}{2}\right) \sqrt{-3} = u$.

La dimostrata verità si raccoglie parimente dalla formola Cardanica $x = m+y = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)} + \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v \mp \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)}$, in cui ad $m = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v + \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)}$ ci corrisponde $y = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v - \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)}$, ed al contrario ad ad $m = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v - \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)}$ è relativo $y = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}v + \sqrt{\left(\frac{1}{4}v^2 - \frac{1}{27}q^3\right)}\right)}$, dimodochè in ambo gli incontri la somma $m+y$ conserva lo stesso valore.

Penso di aver evidentemente difeso il metodo Cardanico, e che questa difesa possa meritare la sua approvazione, che stimo moltissimo. Ella mi consideri quale mi dichiaro.

Di Lei Sig. Ab. Rmo. Treviso 17. 7bre 1741.

Sig. Ab. Marcantonio Rizzi
S. Brigida.

Divot. Obblmo. Servitore
Giordano Riccati

[illegible]

...esto con dichiararmi qual sono

Di V.S. Ill.ma

Treviso 19. 9bre 1761

...mo Sig. Pietro Giannini
Segovia.

Aff.mo Serv.re ed Amico
Giordano Riccati

…zza dal

…stto con rimanermi qual sono

Di V. S. Ill.ma

Treviso 14. 9bre 1761

All'Ill.mo Sig. Piero Giannini
Segovia.

Aff.mo Serv.re ed Amico
Giordano Riccati

[illegible] ore Sig. Sig. P. [illegible]

[illegible] Giorda o

[illegible]

[illegible]

Ho pregato il Sig.r Lorgna di informarsi col mezzo del Sig. de la Grange qual metodo si tenga in Berlino nella scuola di Artiglieria. Quando avrò la risposta su tale proposito, non mancherò di comunicargliela.

Leggerò molto volentieri la prima parte del suo Corso di Algebra, e sono persuasissimo, che sarà degna di Lei.

Il R. D. Gregorio Fontana Prof.e di Pavia ha pubblicato quindici Dissertazioni Fisico-Matematiche, che sono assai applaudite. Io le sto aspettando di giorno in giorno.

Dal Sig.r Malfatti ho ricevuto in dono il suo Trattato sintetico elegantissimo della Curva Cassiniana, e di una nuova proprietà meccanica, di cui è fornita. Quando la Cassiniana ha la seguente figura

, e che la tangente CD sia verticale, un grave impiega egual tempo a scorrere la curva CBA, e la corda CA.

Resto con dichiararmi qual sono

Di V.S. Illma

Treviso 19. 9bre 1781

Illmo Sig. Pietro Giannini
Segovia.

Aff.mo Serv.re ed Amico
Giordano Riccati

240

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo 261 263

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo

Mille, e poi mille grazie pel dono prezioso che Ella mi ha fatto del suo Trattato sintetico della Curva Cassiniana, e dell'elogio latino del Sig.r Ab. Zorzi. Ho cominciato a leggere posatamente, ed a gustare il suo Opuscolo, e lo trovo esattissimo, ed elegantissimo, come veramente ricerca un Trattato colla Sintesi maneggiato.

Dei dieci esemplari vendibili ne ho procurati cinque, e quelli, che qui non mi riuscirà di alienare li consegnerò al Sig. Ab. Nicolai Prof. di Analisi in Padova, che mi ha promesso, che ne procurerà la vendita.

Nel Tomo XXII. del Giornale di Modena si legge il mio esame del Sistema Musico del Sig. Giuseppe Tartini. Gli scritti di questo Autore sono stati stimati, perché oscuri, e non intesi. Io espongo chiaramente il Sistema, e ne faccio vedere l'insussistenza.

Mi conservi nel possesso della sua buona grazia, ed amicizia, e si persuada, che sarò sempre

Di V.S. Ill.ma

Treviso 19 Nobre 1761

Ill.mo Sig. Gianfrancesco de' Malfatti. Ferrara.

Divot.mo Obbl.mo Servitor Vero
Giordano Riccati

zarono in proprio posto è esattissimo. Prendendo i segni inferiori ho $y+m=-y-m$, e quindi $y=-m$, ch'è la radice più la quale si potrebbe far la divisione, e che è nulla rispetto al

tarcoran in pugno parte ei esattissimo. Riducendo i segni inferiori ho $y+m=-y-m$, e quindi $y=-m$, che è la radice per la quale si potea far la divisione, e che è nulla rispetto

al

Il metodo Cardanico non poteva certamente ritrovare un più eccellente, e miglior difensore di lei; ma perchè è vizioso non si può puntellare tanto che non cada.

Io mi accingo a dimostrare tre verità. 1.ma che il mio modo di calcolare è esattissimo, dando le radici dell'equazione, e che quindi gli assurdi non nascono dal modo di calcolare, ma dalle condizioni del metodo incombinabili con quelle dell'equazione. 2.da che la di lei per altro ingegnosissima risposta non ferisce la mia dimostrazione d'essere dalla di lei confutata. 3.a che è la conseguenza dell'altre due, che il metodo Cardanico è vizioso, perchè nel caso irreducibile ricerca indispensabilmente due radici uguali.

Dimostro la prima così. Nell'equazione [illegible] $x^3+qx+r=0$, fatto $x=y+m$ si ha $y^3+3my^2+3m^2y+m^3+qy+qm+r=0$, e per il metodo Cardanico $3my^2+3m^2y+qy+qm=0$. Non facendo la divisione, che si può fare e non fare, io trovo $y=-\frac{m}{2}-\frac{q}{6m}\pm\sqrt{\frac{m^2}{4}-\frac{q}{6}+\frac{q^2}{36m^2}}$ ossia $y=-\frac{m}{2}-\frac{q}{6m}\pm\frac{m}{2}\mp\frac{q}{6m}$. Nello stesso modo secondo il mio metodo trovo $m=-\frac{y}{2}-\frac{q}{6y}\pm\sqrt{\frac{y^2}{4}-\frac{q}{6}+\frac{q^2}{36y^2}}$, e quindi $m=-\frac{y}{2}-\frac{q}{6y}\pm\frac{y}{2}\mp\frac{q}{6y}$. Se io prendo i segni superiori ho $y+m=-\frac{q}{3m}-\frac{q}{3y}$, che, come è a lei noto, è la radice dell'equazione. Moltiplicando l'equazione $y+m=-\frac{q}{3m}-\frac{q}{3y}$ per $3my$ si ha l'equazione dalla quale nacque. Dunque il mio modo di calcolare in questa parte è esattissimo. Prendendo i segni inferiori ho $y+m=-y-m$, e quindi $y=-m$, che è la radice per la quale si poteva far la divisione, e che è nulla rispetto

all'

all'equazione $3my^2+3m^2y+qy+qm=0$. Dunque anche in questa seconda parte il mio metodo è esattissimo. E così deve essere, giacchè è in mia libertà il trovar m dall'espressione di $y=\frac{m-u}{2}\pm\sqrt{\frac{-3m^2-6mu-3u^2}{4}}$ alzando al quadrato, nel qual caso si trova $m=\frac{y-u}{2}+\frac{y+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$, oppure, estratta la radice, ritrovarlo dal valor di $y=\frac{m-u}{2}+\frac{m+u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$, nella qual seconda maniera si ha $m=\frac{y-u}{2}-\frac{y-u}{2}\cdot\pm\sqrt{-3}$. Non essendoci poi ragioni, per le quali un modo di ritrovar m deva preferirsi all'altro, devono i due ritrovati valori esser uguali, onde si avrà $\frac{y-u}{2}+\frac{y+u}{2}\pm\sqrt{-3}=\frac{y-u}{2}-\frac{y-u}{2}\times\pm\sqrt{-3}$, la qual equazione dà $y=-u$, e porta al:

le due radici uguali

L'assurdo, ch'ella trova sommando $y^3=-\frac{r}{2}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$ con $m^3=-\frac{r}{2}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$ vuol solo dire, che, supponendosi q, ed r composte da radici tutte disuguali, si suppone una condizione contradittoria al metodo, che li vuol composti da radici, che due siano uguali. Supponendosi poi una contraddizione, una contraddizione devesi ritrovare. Sembra, è vero, uno sbaglio di calcolo, che devasi sommare $y^3=-\frac{r}{2}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$ con $m^3=-\frac{r}{2}\mp\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$ alternando i segni, ma questo sbaglio svanisce, quando si considera, che $\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$ deve essere uguale al nulla. In fatti, ritrovato il valore di $y^3=-\frac{r}{2}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$, si trovi il valor di m, sapendo essere $y=\frac{-q}{3m}$, ed $y^3=\frac{-q^3}{27m^3}$, il qual valore di y^3 sostituito nell'equazione $m^3+y^3=-r$ darà $m^3=-\frac{r}{2}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$, ed $m^3+y^3=-r=-r\pm2\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}$, che

ci

ci darà dover essere $\pm\sqrt{\frac{r^2}{4}+\frac{q^3}{27}}=0$, o sia dover essere due radici uguali; e che quando q, ed r non ammettono tal condizione essere essi in contraddizione col metodo.

Dimostrata la prima verità passo alla seconda. Osservo prima di tutto, che la mutazione nei valori di y ed m dipende solo dal doppio segno del radicale $\sqrt{-3}$, come si sa dalle equazioni di secondo grado. Nella mia espressione di $q = -u^2 - y^2 - 2my - yu - m^2 - mu$ sostituiscasi il valore di $y = A+B\cdot\pm\sqrt{-3}$, e quel di $m = A-B\cdot\pm\sqrt{-3}$, e si averà $-u^2-(A+B\cdot\pm\sqrt{-3})^2-2(A+B\cdot\pm\sqrt{-3})(A-B\cdot\pm\sqrt{-3}) - u(A+B\cdot\pm\sqrt{-3}) - (A-B\cdot\pm\sqrt{-3})^2 - u(A-B\cdot\pm\sqrt{-3}) = -3my = -3(A+B\cdot\pm\sqrt{-3})(A-B\cdot\pm\sqrt{-3})$, onde $\overline{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}}^2 - (A+B\cdot\pm\sqrt{-3})(A-B\cdot\pm\sqrt{-3}) + u(A+B\cdot\pm\sqrt{-3}) = -u^2-(A-B\cdot\pm\sqrt{-3})^2 - u(A-B\cdot\pm\sqrt{-3})$ ed estratta la radice $A+B\cdot\pm\sqrt{-3} = \frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times\pm\sqrt{-3}$

si troverà poi $A-B\cdot\pm\sqrt{-3} = \frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times\mp\sqrt{-3}$

prendendo i segni secondo il metodo di questi; e sommando si averà $2A = \frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times\pm\sqrt{-3} + \frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times\mp\sqrt{-3}$

essendo poi 2A invariabile sarà nello stesso tempo

$2A = \frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times+\sqrt{-3} + \frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times-\sqrt{-3}$

e $2A = \frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A-B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times-\sqrt{-3} + \frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}-u}{2} + \overline{\frac{A+B\cdot\pm\sqrt{-3}+u}{2}}\times+\sqrt{-3}$

uguagliati questi due valori, e cancellati i termini, che si distruggono si troverà $-\overline{B\cdot\pm\sqrt{-3}}\times\pm\sqrt{-3} = +\overline{B\cdot\pm\sqrt{-3}}\times\pm\sqrt{-3}$, che darà $+3B = \mp3B$, o sia $\pm6B = 0$, o $B = 0$, e quindi $y = A$, $m = A$, ed $y = m$. La formola pertanto di questi non ammette la trasformazione de' termini y, m di uno nell'altro richiesta

dalla

dalla sua risposta onde si trovi $y+m=m+y$.
Nè le radici Cardaniche possono servir di dimostrazione perchè si trovano con una strada differente da quella con la quale si trovano le formule, intorno alle quali si disputa.
Non nego poi, che sostituendosi y in vece di m nell'espressione di y, e sostituendosi m in vece di y nell'espressione di m, un'espressione passe nell'altra; ma una tale trasmutazione non ha che fare con le nostre formule.
Io stimo di aver dimostrato con tutta chiarezza, che il metodo Cardanico ricerca indispensabilmente due radici uguali tanto se facciasi la somma $y+m$ secondo il mio metodo, quanto se facciasi secondo il suo, e spero, che anche Ella Nob. Sig. Co. resterà persuaso.
Dell'Opera, che mi accenna, io farò ben volentieri lo acquisto, e tanto più, quanto, che la sento dessa commendata onde senza alcun dubbio, devo giudicarla eccellente. La riceverò pertanto a Castelfranco nel mese venturo, quando soddisfando al mio dovere averò l'onor d'inchinarla, mentre intanto passo a segnarmi

S. Brigita 27 Settbre 1781 Di Lei Nob. Sig. Co.

Um̃o Dev.mo Obb.mo Se.
Marcantonio Rizzi

Stmo Sig. Zio 246

Pord.e alli 24 7bre 1761

A norma de' suoi venerati cenni le trasmetto nell'occluso schizzo il metodo di formare la mentovata Elissi. Mi sia dato il soffitto m, a, d, i qualunque; segnato il punto l, apice della lunula maggiore, abbasso la parallela l e, ad a m, ed uguale ad a b, ad m l, e con l'apertura e d sopra d descrivo il semicircolo c e z. ciò fatto sopra la linea f h anco prodotta fisso un punto ad arbitrio dal quale tirata una tangente al semicircolo c e z mi determinerà il centro dell'arco picciolo sopra la retta a d, e quello prolungato mi segnerà il punto dell'unione dei due circoli, e formerò un Elissi, che passerà per il punto l. Lo stabilisco il punto g per centro dell'arco grande in modo che la e g sia uguale ad a d. dal punto g deline o la tangente g m. che mi determina in b il centro dell'arco picciolo, e mi unisce i due circoli in m. Centro b con l'apertura a b descrivo la porzione del circolo

circolo a m, centro g con l'apertura m g segno l'al-
tra porzione dell'Arco m l i, che passerà certamente per
il punto l; ecco ne fatta la costruzione.
Io credo, che queste Elissi si dovrà dimostrare più
tosto per via dell'equazioni, che geometricamente
perciocchè avendo io applicato sopra alcune dimo-
strazioni per mezzo d'angoli, e di linee le ritrovo
più vere, che evidenti. Nulla ostante però azzarde-
rò questa in ordine geometrico qualunque si sia.
Tirata la tangente g m, centro g con l'apertura l g
descrivo la porzione circolare c k, la distanza a b
la pongo in k i, e eguale a queste due fo la b m. Dal
punto l segnato per la lunghezza della lunula al
centro g distendo la l g, e unisco i due punti l, ed i
con la retta l i, divido questa per mezzo in o, abbas-
so la perpendicolare o p, e finalmente congiungo
i rispettivi punti con le linee l p, ed i p.

I Due Triangoli opl, opi sono uguali per la promiscui=
tà del lato op, per l'ugualgianza dei lati lo, oi, e de'
angoli compresi lop, iop; dunque il lato lp è ugu=
ale al lato ip; ma se produrrò la op questa mi an=
derà nel centro g perchè divide per mezzo la
rk, che suppongo tirata dai punti r, k, e cade
perpendicolare anco sopra questa, ciò per effetto
di costruzione; dunque il punto l è ugual.te distan=
te dal centro g, che il punto i; ma anco il punto
m sta in ugual distanza, perchè la mb l'ho ugual=
giata ad ki; dunque, descritto il circolo am, col
raggio ab, descrivendo con l'apertura mg l'arco
moi passerà per il punto l, e terminerà nel pun=
to i per dar compimento all'ellisi, il che era da
vedersi. Scusi il disturbo, e facendo con lui i miei
doveri per nome anco dei nostri, pronto a suoi
comandi con tutta la stima mi riprotesto.

D. 29. 5. 1745

Umiliss.o Dev.mo Obl.mo Ser.e e Nipote
Niccolò di Sbrojavacca

2 29u

i
s
k
d
q
e
f
g
h

la m

cos

m

C

la

H

fa

sia

G

an

In

Qu

lin

ssen

$\sqrt{(}$

$\frac{x}{\sqrt{(x}}$

66i

e

a

ed

x

2

la misura della linea DG non è arbitraria nella sua costruzione, dovendo essa determinarsi nella seguente maniera. All'angolo retto CDS si accomodi la retta $CF = CA$; la quale si continui sintantochè interseca la linea NS prodotta nel punto H. Per questo si meni HK parallela ad SD, e ne proverrà CK, a cui dee farsi uguale DG. Dimostro una tal verità.

Sia $AC = a$, $CD = b$, $AD = a+b$, $GD = x$. Toccando GM il circolo QRC nel punto R, dee valere l'analogia $GD : DR :: DR : DQ$

$$x : b :: b : \frac{b^2}{x} = DQ.$$

Inoltre abbiamo $GR : RD :: GD : DB$

$$\sqrt{(x^2-b^2)} : b :: x : \frac{bx}{\sqrt{(x^2-b^2)}} = DB.$$

Quindi ne risulta $AB = AD - DB = a+b - \frac{bx}{\sqrt{(x^2-b^2)}}$, e questa linea esser dee $= BM$, ed inoltre $GM = GL$.

Essendo $GD = x$, $DB = \frac{bx}{\sqrt{(x^2-b^2)}}$, si determina $GB = \sqrt{\left(x^2 + \frac{b^2x^2}{x^2-b^2}\right)} = \frac{x^2}{\sqrt{(x^2-b^2)}}$, e perciò $GM = GB + BM =$

$$\frac{x^2}{\sqrt{(x^2-b^2)}} + a+b - \frac{bx}{\sqrt{(x^2-b^2)}} = \frac{x\sqrt{(x-b)}}{\sqrt{(x+b)}} + a+b.$$

Abbiamo di più $GL = \sqrt{(GS^2 + SL^2)} = \sqrt{(a^2+2ax+x^2+b^2)}$; e dovendo tal linea uguagliarsi a GM, sarà

$$a+b + \frac{x\sqrt{(x-b)}}{\sqrt{x+b}} = \sqrt{(a^2+2ax+x^2+b^2)}.$$

Alzo al quadrato, ed adempiute le debite operazioni, mi si presenta $x - \frac{ab^2}{(a+b)\cdot x} = \sqrt{(x^2-b^2)}$, e nuovamente alzando al quadrato, ed espurgando la formola finalmente trovo x^2

[right margin, from facing page:] e più ve / se canto, / lar delle / le mi / clare. / ...done / cato a... / molta / lar allu / P in cons / genza. / rizzone / mezzica: / rassegnar / ci dicturo / che

$x^2 = \frac{a^2b^2}{a^2-b^2}$; ed estratta la radice, $x = \frac{ab}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$. In fatti nella costruzione da me posta al principio di questa lettera abbiamo ZD : DC :: HK : KC

$$\sqrt{(a^2-b^2)} : b :: a : \frac{ab}{\sqrt{(a^2-b^2)}} = KC(=$$

Faccia la riflessione essere $DA = \frac{bx}{\sqrt{(x^2-b^2)}}$, e sostituito in cambio di x il suo valore, scoprirà $DB = AC = a$. Se dunque segnata $DB = a$, dal punto B condurrà BRG tangente al circolo CRL, taglierà questa $DG = \frac{ab}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$

Or è facile il dimostrare l'ugualianza delle linee GM, GL, e per conseguenza ancora dei loro quadrati. Sarà pertanto $\overline{GM}^2 = \overline{GB}^2 + 2GBM + \overline{BM}^2 = \overline{GD}^2 + \overline{DB}^2 + 2GBM + \overline{BM}^2$, e $\overline{GL}^2 = \overline{GD}^2 + 2GDS + \overline{DS}^2 + \overline{SL}^2$. Il perchè dovrà essere $\overline{GD}^2 + \overline{DB}^2 + 2GBM + \overline{BM}^2 = \overline{GD}^2 + 2GDS + \overline{DS}^2 + \overline{SL}^2$; e levate da una parte e dall'altra le grandezze uguali $\overline{GD}^2$, $\overline{DB}^2 = \overline{DS}^2$, $\overline{BM}^2 = \overline{SL}^2$, resterà $2GBM = 2GDS$, ossia $GBM = GDS$, e ne nascerà l'analogia $GB : GD :: DS = DB : BM = DR$, la quale è giusta mercè la similitudine dei triangoli BGD, BDR [illegible]

Volendo che GM tocchi il circolo CRL, si può descrivere una sola elissa, che passi pel punto L; ma abbandonata la detta condizione, infinite elissi possiamo delineare, che passino pel detto punto.

Sia come sopra $AC = CL = a$, $CD = b$, e si ponga $DG = c$

AA =

$BA = BM = x$, e ne risulterà $DA = a+b-x$. Avremo dunque $GM = GB + BM = \sqrt{(c^2+a^2+2ab+b^2-\overline{2a-2b}\cdot x+x^2)}$ $+x = GL = \sqrt{(c^2+2ac+a^2+b^2)}$, e per conseguenza $\sqrt{(c^2+a^2+2ab+b^2-\overline{2a-2b}\cdot x+x^2)} = \sqrt{(c^2+2ac+a^2+b^2)}-x$, ed elevando al quadrato: $c^2+a^2+2ab+b^2-\overline{2a-2b}\cdot x+x^2$ $= c^2+2ac+a^2+b^2-2\sqrt{(c^2+2ac+a^2+b^2)}\cdot x+x^2$. Si levino dalli una, e dalli altra parte le grandezze uguali e rimarrà $2ab\,(-2a-2b)\cdot x = 2ac-2\sqrt{(c^2+2ac+a^2+b^2)}\cdot x$

e perciò $\dfrac{ac-ab}{\sqrt{(c^2+2ac+a^2+b^2)}-a-b} = x$

Più corollarj si posson dedurre.

I. Posta $x = b$, si troverà dopo i necessarj calcoli $c = \dfrac{ab}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$.

II. Fatto $c = b$, si scopre $x = 0$, e in tal ipotesi è $GL = GA$, ed il circolo descritto col raggio GL passa pel punto A. Per la qual cosa è necessario, che sia DG maggiore di DC, se la curva AML ha da somigliare un' elissa.

III. Si stabilisca $c = a+b$, e ne proverrà $\dfrac{a^2}{\sqrt{(4a^2+4ab+2b^2)}-a-b} = x$, ovvero $GL-GD : AC :: AC : AB$, ed essendo $GL-GD = DI$ maggiore di AC, sarà AC maggiore di AB.

IV. Si troverà $x = AB = AC = a$, qualora sia $c = \infty$, come chiaramente si raccoglie dalla formola generale.

296

Sarebbe necessario, che Ella colla Geometria congiungesse una fondata cognizione dell'Algebra Cartesiana, acciocchè col mezzo d'ambedue potesse sciogliere i Problemi, che se le presentano. Da un passo molto in fallo non possono nascere, salvochè falsa conseguenza.

I miei complimenti ad ognuno di sua Ill.ma Famiglia, e cordialmente mi confermo.

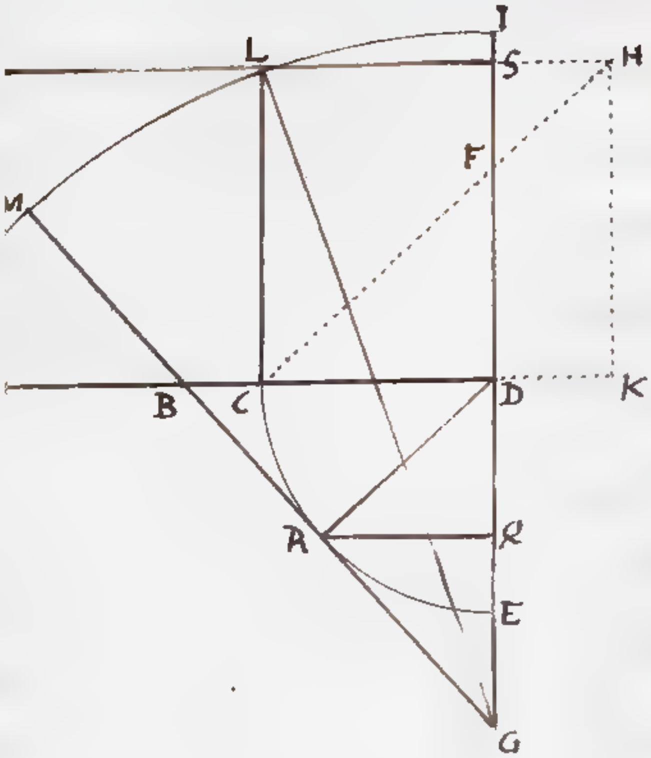
Di Lei Sig. Nipote Amat.mo

Treviso 6 ottobre 1761.

Nob. Sig. Co. Niccolò di Sbrojavacca. Pordenon

Divot. Obbl.mo Servo e Zio
Giordano Riccati.

297



296

Sarebbe necessario, che Ella colla Geometria congiungesse una fondata cognizione dell'Algebra Cartesiana acciocchè col mezzo di entrambe potesse sciogliere i Problemi, che se le presentano. Da un passo mio

294

Io non ho mai ricusato di far piacere d'ognuno di questi nostri librai, qualora si trattò di ricevere pacchetti da riporre nelle mie balle per essere stati; ed io all'incontro non ho mai trovato alcuno, che voglia prendersi questa picciola briga. Ho esperimentato questa inconvenienza parecchie volte, e ora particolarmente che si è trattato di spedire il d.º sig.º libro a Milano. Io non ho corrispondenza con quella Piazza; e per conseguenza bisogna che preghi gli altri. L'ho fatto per alcune settimane consecutive, e niente ho ottenuto. Se ad onta di tutto ciò ella vuole mandarmi il libro, alla sua direzione, o presto o tardi troverò la maniera di mandarlo al suo destino. La cosa, sebbene non sia nuova per me, mi ha inquietato assai; nè dico di più. Al Sig. Pasquali ho subito pagato le lire 1:5. Dal Sig. Ab. Schioppalalba ella riceverà il tomo 9.º degli opuscoli, che costa lire due:

e più ve
e canto,
lar delux,
he mi
otava.
[illegible]doni,
ccato ang
molta
lar altri
Pincon

venienze, ma fu vana ogni mia diligenza. Può darsi, che in seguito mi riesca di ritrovare altro metodo dimostrativo geometrico: nel qual caso ella mi permetterà di rassegnarsi lo. [illegible] e pregato a [illegible] dei discorsi che

[illegible]

sicchè compresi li sei soldi messi nel sacchetto, ella resterà ancora creditore da me di soldi nove per il libro speditomi è vero che sono bagattelle; ma nessuno deve essere defraudato di ciò, che si appartiene. In attenzione pertanto de' suoi comandi, pieno di vera stima passo a protestarmi

di V.S. Ill.ma

Venezia li 11 8bre 1781

D.mo Um.mo Obb.mo servitore
Sebastiano Coleti

dome più ve

dall'un canto,

andar deluse

do, che mi

rticolare.

, che vedone

e toccato an

nelle molte

rticolar altre

n tal incons

venienze, ma fu vana ogni mia diligenza.
Può darsi, che in seguito mi riesca di ritrovare
re altro mezzo dimostrativo geometrico:
nel qual caso Ella mi permetterà di rassegnarle
lo. Intanto i pregata a scusarmi dei disturbo
che

Al Nob.e Sig.r Sig.r Pat.n Col.mo
il Sig.r Giordano Co: Riccati
Treviso

Il suo gentilis.mo foglio per l'altro ricevuto da me più ve=
nerato, che inteso mi fu di piacere dall'un canto,
ma dall'altro di dispiacere, vedendo andar delu=
le mie speranze, perche quel metodo, che mi
lusingava generale è divenuto particolare.
Nell'esperienze molte volte accade, che si con=
fonda il vero col non esatto, come è toccato a me
questa volta. Confesso il vero, che nelle molte
prove, che ho fatto, ho usato una particolar atten=
zione, perche non mi avvenisse un tal incon=
venienza, ma fu vana ogni mia diligenza.
Può darsi, che in seguito mi riesca di ritrova=
re altro metodo dimostrativo geometrico: se=
nel qual caso ella mi permetterà di rassegnarli=
lo. Intanto è pregata a scusarmi dei disturbi;
che

che le ho apportato, e ad accertare in retribuzio-
ne i nostri complimenti, con che pieno di vera
stima, ed affetto passo a segnarmi.

Bordò alli 12 9bre 17[illegible]

Di V. S. Ill.ma Sig.r Pron Col.mo

Umilissimo Dev.mo Servo, e Fig.o
Niccolò di Sbrojavacca

Ill.mo Sig.re Sig.re P.rone Col.mo

Era involto in tante brighe nel tempo che venne il Sig.r Can.co Adami, che non ho potuto ne vederlo, ne esercitare verso di lui alcun atto di dovere. Ho ricevuto la sua eccellente Memoria intorno le vibrazioni sonore de' Cilindri. Io la leggerò per instruzioni, non mai per altro fine; ma son certo che la novità del soggetto, e la perizia con cui è egli trattato meriteranno l'attenzione de' Geometri. Intanto farò incidere in prevenzione i due rami; e l'opera sua resterà presso di me inaccessibile a chicchessia sinchè non sia stampata coll'altre, che anderanno recapitando. Sarà scritto al Sig.r De la Grange sul noto proposito, ma io sto fermo nel mio proposito primo, che il Sig.r Giannini sarà obbligato a compilare un corso adattato al sistema di artiglieria Spagnuola, mentre non troverà mai corso, che gli si adatti, come conviene.

Pregola intanto ad esser certo dell'inalterabile rispetto con cui mi do l'onore di protestarmi

Di V. S. Ill.ma

Verona 14. Ott.e 1781

Dev.mo Obb.mo Serv.e e Coll.a
~~Ant.o~~ Lorgna

Ill.mo Sig.r C. Giordano Riccati

§2.
sa
x
si
V
§3.
pa
§12.

Annotazioni alla Dissertazione II. del Sig. Prof. Nicolai.

§2. Non comprendo come si possano ~~negare~~ asserire che siene reali formole, che mantone la forma d'immaginarie. le quantità immaginarie. Nascendo il circo= lo dal giro del raggio a intorno al centro, se nell'equazione $a^2 - x^2 = y^2$ io suppongo $x > a$, l'ordinata y non può mai incontra= re il circolo, e perciò in tal ipotesi l'ordinata al circolo è impossibile; ma quest'ordinata si esprime per $\sqrt{x^2 - a^2}\sqrt{-1} = \pm y$; dunque $\sqrt{x^2 - a^2}\sqrt{-1}$ è quantità impossibile, a cui so= lendosi dar il nome d'immaginaria, ne segue che le quantità immaginarie sono impossibili. Non si può dunque sostenere, che siano veramente reali, e che mantenga= no la forma d'immaginarie.

§3. In una Dissertazione scritta i giorni passati io provo la precisa necessità dell' immaginario nella formola Cardanica rispettivamente al caso irreducibile. Il mistero consiste in ciò, che supponen= dosi la radice $x = m + n$, la parte m si eguaglia ad $A + a\sqrt{-1}$, la parte n ad $A - a\sqrt{-1}$, e quindi $x = m + n = 2A$ quanti= tà reale.

§12. È molto ingegnoso il discorso contenuto nel §12. È vera l'equazione $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}{1 - \frac{\sqrt{-1}}{-1}\sqrt{-1+q}}$, purché si ponga davanti il segno radicale $\frac{\sqrt{-1}}{-1}$, onde ne nasca $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$. La formola $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}}$ sarà sempre assurda, perché da essa ne deriva quest'altra $+\sqrt{1-q} = -\sqrt{1-q}$ e quindi $+1 = -1$.

§15. Osservo che $1-q$ si agguaglia a $-1\cdot-1+q$ dunque $\sqrt{1-q} = \pm\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$. ~~Sopprimendo~~ ~~lo stesso~~ il segno da ~~ambedue le parti~~, ~~ma portando dentro il segno radicale~~ ora essendo nata $\pm\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$ da $\sqrt{1-q}$ bisogna portare dentro dal segno radicale $\pm\sqrt{-1}$ alzata al quadrato, onde la primitiva quantità si restituisca, e si schivi l'inconveniente di uguagliare il negativo al positivo. Se fosse $-1 = 1$, ne risulterebbe $1-1=1+1$, ed è sempre stato rettamente giudicato $1-1=0$, $1+1=2$.

§16. Poichè $\sqrt{1-q} = \pm\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$, alzando al quadrato avremo $1-q = -1\cdot(-1+q) = 1-q$. Ciò c'insegna, che fa di uopo ~~portare~~ riportare dentro il segno radicale il quadrato di $\pm\sqrt{-1}$, che si agguaglia a -1, onde si avrà $\sqrt{1-q} = \sqrt{-1\cdot(-1+q)}$.

§17. Portando una quantità dentro del segno radicale, si dee sempre aver mira, che il negativo non si agguagli al positivo, e questa è ~~l'unica~~ regola cauta. Non il Sig. Professore che nella formula $\frac{1-\sqrt{1-q}}{1+\sqrt{1-q}} = \frac{1-\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}$ il segno $-$ posto accanto di $\sqrt{-1}$ non è nato dall'estrarre la radice di -1, e questa è la ragione, per cui deve portare dentro del segno soltanto $\sqrt{-1}$ alzata al quadrato.

§21. Secondo l'universal consenso $(-1)^{\frac{4}{4}} = \sqrt[4]{(-1)^4} = \sqrt[4]{1}$. Ora $\sqrt[4]{1} = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm\sqrt{-1} \end{cases}$

Nel caso dell'equazione

$$\frac{(-1)^2+(-1)^2\sqrt{1-q}}{(-1)^2-(-1)^2\sqrt{1-q}} = \frac{(-1)^2+(-1)^{\frac{4}{4}}\sqrt{1-q}}{(-1)^2-(-1)^{\frac{4}{4}}\sqrt{1-q}}$$

è concesso di usare il solo valore $\sqrt[4]{1} = 1$, onde

onde giustamente si trovi $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$.

§22. Acciocchè sia vera la formula

$\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}} = \frac{(-1)^{\frac{k}{4}} + \sqrt{(-1)^{\frac{k}{2}} \cdot 1-q}}{(-1)^{\frac{k}{4}} - \sqrt{(-1)^{\frac{k}{2}} \cdot 1-q}}$, egli è

d'uopo riflettere, ch'essendo nata l'equazione di comparazione dal moltiplicare $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$ per $\frac{(-1)^{\frac{k}{4}}}{(-1)^{\frac{k}{4}}}$, a questa frazione nel nostro caso non può assegnarsi altro valore, che l'unità, conducendo qualunque valore diverso ad un patente paralogismo.

§23. Senza rinnegare i principj fondamentali del calcolo, ed anzi per sostenerli, si è indicato in che pecchino le supposte dimostrazioni del Sig. Professore.

§25. Dall'equazione $\sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{-1}\sqrt{b^2-a^2}$ ne deduce l'analogia

$\sqrt{b^2-a^2} : \sqrt{a^2-b^2} :: 1 : \sqrt{-1}$

L'altra equazione $\sqrt{b^2-a^2} = \sqrt{-1}\sqrt{a^2-b^2}$ mi suggerisce $\sqrt{b^2-a^2} : \sqrt{a^2-b^2} :: \sqrt{-1} : 1$ dunque $1 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : 1$, analogia che non si accorda col vero, dovendo stare $1 : \sqrt{-1} :: -\sqrt{-1} : 1$. Perchè se $\sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{-1}\sqrt{b^2-a^2}$, esser deve $\sqrt{b^2-a^2} = -\sqrt{-1}\sqrt{a^2-b^2}$, onde ne provenga $\sqrt{a^2-b^2} = -\sqrt{-1}\sqrt{-1}\sqrt{a^2-b^2}$, o sia $\sqrt{a^2-b^2} = 1\sqrt{a^2-b^2}$.

§26. Dalla vera equazione $\frac{1}{\sqrt{-1}} \cdot \sqrt{m} = -\sqrt{-1}\sqrt{m}$ il Sig. Arcip. deduce la falsa $\sqrt{\frac{m}{-1}} = -\sqrt{-m}$, la quale dà $1 = -1$. Bisogna trasferire dentro il segno radicale non $\sqrt{-1}$, ma bensì $-\sqrt{-1}$, acciocchè ne nasca $\sqrt{\frac{m}{-1}} = \sqrt{-m}$.

§27. La vera maniera di procedere si è

la

la seguente $\sqrt{-1+q} = \sqrt{-1+q}$, e moltiplicando per $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-1}\sqrt{-1+q} = \sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$: ma $\sqrt{-1} = \frac{-1}{\sqrt{-1}}$; dunque $\frac{-1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q} = \sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$. Dona il Sig. Dal. le tre espressioni:

$1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$, $1-\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$, $1+\sqrt{-1+q.-1}$

e siccome per passare dalla seconda alla terza eleva al quadrato $-\sqrt{-1}$, il qual quadrato si uguaglia a -1, e la porta dentro del segno radicale, così volendo estrarre la radice da -1 per trasferirla fuori del segno radicale, questa radice esser dee $= -\sqrt{-1}$; perchè -1 nel nostro caso è nato dall'elevare al quadrato $-\sqrt{-1}$. Chi fa dunque nella detta circostanza la radice di -1 uguale a $+\sqrt{-1}$ cade in paralogismo.

S. 28. Le addotte riflessioni dimostrano la falsità della conseguenza cavata in questo Paragrafo.

S. 29. Per far transito da una formola all'altra fa di uopo sempre aver mira, che non si alteri il valore della formola primitiva. Dalla formola $\frac{1+\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{1-q}}$ veramente si deduce $\frac{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}}$, perchè elevando al quadrato $\frac{1}{\sqrt{-1}}$, e portando il quadrato $=\frac{1}{-1}=-1$ dentro del segno radicale, torna in campo la prima formola. Ma $\frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$; dunque ne nasce la formola $\frac{1-\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}{1+\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}}$, la quale per accordarsi colla formola prima richiede, che si

porti

porti dentro il segno radicale $-\sqrt{-1}$ alzato al quadrato, appunto perchè la seconda formola esige, che si trasferisca dentro il detto segno radicale il quadrato di $\frac{1}{\sqrt{-1}}$.

30. Se dalla formola $\frac{1+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$ è nata da $\frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}}$, esige che si trasporti dentro il segno radicale il quadrato di $\sqrt{-1}$. Sostituendo in luogo di $\sqrt{-1}$ il suo valore $-\frac{1}{\sqrt{-1}}$, avremo $\frac{1-\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{1-q}}{1+\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$, e quindi $\frac{\sqrt{-1}-\sqrt{1-q}}{\sqrt{-1}+\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$, ~~ovvero~~ Liomogeneo di comparazione, trasferendo dentro del segno radicale $(\sqrt{-1})^2$ ne risulterebbe $\frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}}$. La stessa si raccoglieva anche dalla prima parte $\frac{\sqrt{-1}-\sqrt{1-q}}{\sqrt{-1}+\sqrt{1-q}}$ moltiplicandola, e dividendola per $-\sqrt{-1}$ onde si conformi all'omogeneo di comparazione $=\frac{+1+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$. Osserva essere $-1=\sqrt{-1}\sqrt{-1}$, $+1=-\sqrt{-1}\cdot-\sqrt{-1}\cdot+\sqrt{-1}$. Sostituiti questi valori nella prima parte della soprascritta equazione, avremo $\frac{\sqrt{-1}+\sqrt{-1}\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{\sqrt{-1}-\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}$, e dividendo per $\sqrt{-1}$, $\frac{1+\sqrt{-1}\sqrt{1-q}}{1-\sqrt{-1}\sqrt{1-q}} = \frac{1+\sqrt{-1+q}}{1-\sqrt{-1+q}}$; portando $(\sqrt{-1})^2$ dentro del segno radicale.

§ 31.

§31. Sarà sempre vero che $\sqrt{-1} = \frac{-1}{\sqrt{-1}}$, equazione, che somministra la giusta analogia $1 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : -1$, nella quale il prodotto degli estremi uguaglia quello dei medj. Inoltre $(-1)^{\frac{2}{2}} = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = \pm 1$, potendosi per altro dar dei casi, nei quali si usino tutti e due i valori, oppure un valore piuttosto che l'altro.

§32. Io ho indicati gli errori, dai quali nascono le contraddizioni, che si incontrano nel nuovo Calcolo, il quale perciò discorda dalla verità. Abbiamo, dice il Sig. Prof., le due formole $\sqrt{1-q} = \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$, $-\sqrt{1-q} = \frac{1}{\sqrt{-1}} - \sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$. Si finga $\sqrt{1-q} = -\sqrt{1-q}$; dunque sarà $\frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q} = -\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$: ma questa formola è vera; dunque vera anche la prima. Acciocchè siano vere le due formole $\sqrt{1-q} = \frac{1}{\sqrt{-1}}\sqrt{-1+q}$, $-\sqrt{1-q} = -\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$, egli è d'uopo trasformare altresì al quadrato $\frac{1}{\sqrt{-1}}$ in quella, $+\sqrt{-1}$ in questa: lo stesso dunque dee farsi anche nell'ultima formola e ne nascerà $\sqrt{1-q} = -\sqrt{1-q}$, cioè a dire una conseguenza falsa da un falso supposto.

§33. Non solo a prima vista, ma neppure dopo una matura considerazione niuno ammetterà la formola $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = -\sqrt{a^2-2ab+b^2}$. Niuno parimente ammetterà la formola $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = -\sqrt{b^2-2ab+a^2}$; perchè sendo $a^2-2ab+b^2 = b^2-2ab+a^2$ esser dovranno eguali le radici $a-b$, $-b+a$. Si avrebbe dunque $a-b = b-a$, il che

è

è generalmente falso.

§34. Supposta la formula $\sqrt{-1+q}+\sqrt{1-q}=\sqrt{-1+q}-\sqrt{1-q}$, da essa se ne deduce $\sqrt{-1+q}=\sqrt{1-q}$, che ci dà l'assurda conseguenza $\pm\sqrt{-1}=1$. Per provarla vera il ch. Professore la riduce alla forma $1-\sqrt{-1}=\overline{1+\sqrt{-1}}\cdot\frac{\sqrt{1-q}}{-\sqrt{-1+q}}$ e ponendo $\sqrt{1-q}=\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$, trova $1-\sqrt{-1}=\overline{1+\sqrt{-1}}\cdot\frac{\sqrt{-1}}{-1}\cdot\frac{\sqrt{-1+q}}{\sqrt{-1+q}}=\overline{1+\sqrt{-1}}\cdot\frac{\sqrt{-1}}{-1}=1-\sqrt{-1}$, e conchiude che sendo vera questa ultima equazione, sarà ancor vera la prima. Lo prego pertanto a riflettere che $\sqrt{1-q}=\pm\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$. Se accetto il valore positivo pervengo alla formola vera $1-\sqrt{-1}=1-\sqrt{-1}$; ma se abbraccio il valore negativo, mi si presenta la formola $1-\sqrt{-1}=\overline{1+\sqrt{-1}}\cdot\frac{-\sqrt{-1}}{-1}=-1+\sqrt{-1}$, ossia $\sqrt{-1}=1$; ch'è veramente una di quelle, che corrispondono alla prima formola. Si ponga in essa $\sqrt{1-q}=\pm\sqrt{-1}\sqrt{-1+q}$, e si scoprirà $-1\pm\sqrt{-1}=1\pm\sqrt{-1}$, e quindi $1=\pm\sqrt{-1}$.

§35. 36. Delle consimili avvertenze si adattino a questi Paragrafi.

§37. L'equazione $\sqrt{-1}-\frac{1}{\sqrt{-1}}=-\sqrt{-1}-\frac{1}{\sqrt{-1}}$ non può mai giustificarsi, perchè determina $\sqrt{-1}=-\sqrt{-1}$, ossia $1=-1$.

§38. Che $\sqrt{-1}$ sia atta a rappresentare tutte le varie specie delle possibili quantità, lo giudico un paradosso insostenibile.

§39. Il Sig. Prof. per eguagliare quantità,

che

3 / 2

che come si presentano sono ineguali; ha creduto di servirsi dei principj più certi; ma secondo il mio parere non l'ha fatto.

§ 40 L'equazione $-\sqrt{-1} = \frac{1}{\sqrt{-1}}$ è manifestamente vera perchè $-\sqrt{-1}.\sqrt{-1} = -1.-1 = 1$. Se le equazioni del Sig. Aucip. fossero un effetto immediato della premessa formola, niuno le negherebbe.

§ 41 Io credo che sia chiara l'idea dell' immaginario, cioè a dire d'una quantità impossibile. Qualunque immaginario viene generalmente espresso da $a+b\sqrt{-1}$. Ora egli è certo, che $\sqrt{-1}$ è impossibile perchè una quantità positiva, o negativa moltiplicata in se stessa dà sempre il prodotto positivo, e non mai negativo.

§ 42. Dice ottimamente il Sig.r Prof. che $(-1)^{\frac{2}{2}} = \pm\sqrt{(-1)^2} = \pm 1$, e se gli analisti ammettono il solo valore -1, prendono sbaglio.

§ 43.44 Il Sig. di Alambert ~~dice~~ afferma che l'equazione $1+h\sqrt{-1} = 1-h\sqrt{-1}$ generalmente falsa si verifica soltanto quando $h=0$. Nella supposta equazione $\overline{1+h\sqrt{-1}}^m = \overline{1-h\sqrt{-1}}^m$ si ponga $m=2$, onde si abbia $\overline{1+h\sqrt{-1}}^2 = \overline{1-h\sqrt{-1}}^2$, ed è facile a riflettere, che se non si eguagliano i lati, non può darsi eguaglianza fra i loro quadrati. In fatti alzando i lati al quadrato, ne nasce $1+2h\sqrt{-1}-h^2 = 1-2h\sqrt{-1}-h^2$, e levate le quantità comuni da una parte e dall'altra, $+2h\sqrt{-1} = -2h\sqrt{-1}$, equazione patentemente falsa.

falsa.

§ 45, 46, 47, 48, 49. Non ripeto le opposizioni da me fatte alle formole, che in questi Paragrafi si difendono.

§ 50. È vero che il Sig. di Alembert è con se stesso in contraddizione; imperciocchè se è falsa la formola $1+h\sqrt{-1} = 1-h\sqrt{-1}$, lo stesso dee dirsi anche della formola $\overline{1+h\sqrt{-1}}^{m} = \overline{1-h\sqrt{-1}}^{m}$, ed al contrario se è vera la prima, si verifica altresì la seconda.

§ 51, 52. Tralasciando l'esame di questi Paragrafi, dico che se $\overline{1+h\sqrt{-1}}^{m} = \overline{1-h\sqrt{-1}}^{m}$, si verificherà nella formola Cardanica
$x = m+n = \left(\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$, che sia
$m = \left(\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}} =$
$n = \left(\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$, il che discorda totalmente dalla verità; imperciocchè se $\left(\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}} = A+a\sqrt{-1}$, ne segue essere $\left(\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}} = A-a\sqrt{-1}$.

§ 53. I paradossi, sotto cui si presentano le supposte verità, se saranno meglio ponderati dal Sig.r Professore, lo convinceranno di aver preso il falso per vero. Io, che sono interessatissimo per la sua gloria, non lo consiglierò mai a pubblicare nè la prima, nè la seconda Dissertazione, essendo persuaso che per le strade da lui battute non si possa punto promovere il calcolo con profitto dell'Analisi. Scuserà il Sig. Arcip. queste sincere espressioni, che unicamente nascono dalla

stima.

stima, e dalla premura che nutro per la
degnissima sua Persona.

Ill.mo Sig.r Sig.r Sig.r Pad.ron Col.mo

Non s'immagini di sottrarmi a qualunque costo ad alcune accuse della penna; ma vero convincimento sempre più in me confermato dalle dottissime obbiezioni trasmessemi da V. S. Ill.ma fa ch'io brevemente risponda alle medesime.

§ 1. La di lei prima, tratta al § 8 giustifica pienamente la mia equazione, e le verità che da esse dipendono. Per dichiarare imaginaria l'espressione $\sqrt{v^2-x^2}=y$ nel caso da lei addotto, è necessario (come ben riflette) supporre y ordinata al cerchio ed allora, posto $x>v$ è $\sqrt{-v^2+x^2}\cdot\sqrt{-1}=y$, e $\sqrt{-v^2+x^2}=\frac{y}{\sqrt{-1}}$. Quest' ordinata però, ch'è imaginaria nel cerchio, è reale nell'iperbola: adunque prima di dichiararla imaginaria, è necessario che sappia a quale delle due Curve io l'intenda applicata: adunque l'imaginario è relativo non assoluto. Se ciò è vero, supposta l'iperbola ed $x>v$, sarà $\sqrt{-v^2+x^2}=y$ reale. Ora chi mi può vietare l'equazione $\frac{y}{\sqrt{-1}}=y$ se l'uno e l'altro è eguale alla stessa quantità? In questo caso pertanto y reale iperbolico si eguaglia ad $\frac{y}{\sqrt{-1}}$ imaginario circolare. Che se io pongo $y=y$ (come si fa coi metodi noti) avrò $\frac{1}{\sqrt{-1}}=1$ verissima conseguenza nata dalla supposizione d'$y=y$, che non si può in altra maniera giustificare e quindi $-1=1$. Se facessi altrimenti cadrei in paralogismo. Ecco giustificate dalla stessa opposizione amendue le mie equazioni.

§ 3. È vero ciò che dice, essere cioè $m = A+a\sqrt{-1}$, $n = A-a\sqrt{-1}$: ma se (a) fosse imaginaria appunto per l'applicazione dell'imaginario $\sqrt{-1}$ diverrebbe reale. In altro luogo esaminerò, se ciò possa accadere.

Questa sola riflessione separata mi dispensa di rispondere a queste altre le altre opposizioni. Soggiungo soltanto al

§ 15. che mal mi si niega la verità dello analogia $1:\sqrt{-1}::\sqrt{-1}:1$, quando § 42 mi si accorda $(-1)^{\frac{2}{2}}=\pm 1$. Perchè ecco come ragiono: secondo si può spiegar in primo nel senso prescrittomi: $1:(-1)^{\frac{1}{2}}::(-1)^{\frac{1}{2}}:1$, da cui $(-1)^{\frac{2}{2}}=1$: ma pel § 42 $(-1)^{\frac{2}{2}}=\pm 1$: dunque preso $+1$, $+1=1$. Il che ... sta a vedere quando si debba prender l'uno o l'altro (siccome accenna la mia già riflessione § 2).

§ 33. La formula $\sqrt{a^2-2ab+b^2}=-\sqrt{b^2-2ab+a^2}$ è vera; se faccio $\sqrt{a^2-2ab+b^2} = -\sqrt{\overline{b-a}^2} = -1\cdot\overline{b-a} = a-b$. È falsa l'altra $\sqrt{a^2-2ab+b^2}=\sqrt{b^2-2ab+a^2}$ e viceversa: dunque posso servirmi dell'una o dell'altra, praticata l'indicata avvertenza.

§ 34. Molte cose sembrano impossibili prima di sapersele. In Analisi la strada di passare dal positivo al negativo per l'infinito è affatto ignota: ed io credo per ciò l'Analisi soltanto nota per metà. Ma una strada nuova potrebbe presentare delle inaspettate verità: Ma ciò è ora fuor di proposito.

§ 43.44. Non sarà così facile di convincersi di falso la dimostrazione del Sig. d'Alembert che vuole $\overline{1+h\sqrt{-1}}^{m} = \overline{1-h\sqrt{-1}}^{n}$: io vengo a Padova con S.r [illegible] di V. S. Illma, con cui anni fa è voluto persuader me dubbioso della verità di tal equazione. Ma se è vera questa, dovendosi anche decidere l'affare con l'autorità le mie sono in salvo.

§ 51. 52. Se l'equazione di $m=n$ si produrrà per una permutazione di (m) in (n), o viceversa, si vedrà non esservi errore: anche questo è ignoto fin ora.

In fine prego a dirmi se le obbiezioni presenti abbiano a servire per lettura da presentarsi alla Accademia. Io sono nelle nave: ma prima di partire farò i miei doveri in persona con V. S. Illma. Intanto le rinnovo la mia venerazione, gratitudine, e stima protestandomi Di V. S. Illma

16 Ottobre 1781 Padernello

Umiliss.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Giambattista Nicolai

3 / 6

$ 15'

$ 31.

$ 35

$ 45.

$ 51.

Ar,

Ill.mo Sig.r Conte Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Per non abusare soverchiamente della sofferenza di V.S. Ill.ma rispondo brevemente
ancora una volta al solo [illegible] che il capo

Sig. Arcip. Decano Riv.mo

piena notizia, che ho dal suo carattere, mi comunica che per intima persuasione Ella sostiene le sue proposizioni, ed io bramerei, che le mie ragioni la facessero cangiar sentimento.

Per difendere il Sig. Ella cade in un equivoco, la quale si scopre insolubile la mia obbiezione.

Le metto sotto gli occhi le due equazioni del circolo, e dell'iperbola $\sqrt{r^2-x^2} = \sqrt{x^2-r^2}\sqrt{-1} = y$, $\sqrt{x^2-r^2} = y'$. Posto che $\sqrt{x^2-r^2}$ nell'ipotesi di $x > r$ abbia in amendue la lo stesso valore, troveremo $\frac{y}{\sqrt{-1}} = y'$, e perciò $y = y'\sqrt{-1}$. L'ordinata y al circolo è immaginaria, l'ordinata y' all'iperbola è reale, nè queste ordinate possono mai supporsi eguali; ed allora solo si avrà eguaglianza, quando moltiplicata y' per $\sqrt{-1}$, diviene il prodotto $y'\sqrt{-1} = y$. L'aver espresso per y amendue le ordinate, l'ha fatta cader nel equivoco di poterle supporre uguali.

Nel caso irreducibile, quando $\frac{1}{4}q^2 < \frac{1}{27}p^3$ nella formola $x^3 - px \pm q = 0$, la quantità a è sempre reale, e perciò il prodotto $a\sqrt{-1}$ sempre immaginario. Essendo nella detta ipotesi la formola fornita dalle tre radici reali $x = 2A$, $x = -A + a\sqrt{-1}\sqrt{-3}$, $x = -A - a\sqrt{-1}\sqrt{-3}$, egli è necessario, che a sia grandezza reale; perchè altrimenti le radici seconda, e terza diverrebbero immaginarie. E a immaginaria nella supposizione di $\frac{1}{4}q^2 > \frac{1}{27}p^3$, la quale richiede una radice reale, e due

immaginarie

3 / 6

§ 15 (

3 / 48

immaginaria.

§ 31. § 25. La analogia $1 : \sqrt{-1} :: \sqrt{-1} : 1$ è certamente falsa, benché da me si accordi la formola $(-1)^{\frac{a}{2}} = \pm 1$. La vera analogia è $1 : (-1)^{\frac{1}{2}} :: -(-1)^{\frac{1}{2}} : 1$, ossia $1 : \sqrt{-1} :: -\sqrt{-1} : 1$.

§ 33. Anche qui bisogna schivare gli equivoci. Posta $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = \pm a \mp b$, se Ella fa $\sqrt{b^2 - 2ab + a^2} = \pm b \mp a$

§ 34 ne risulterà fuor di dubbio $\pm a \mp b = -1 \cdot (\pm b \mp a) = \mp b \pm a$. Che se da Lei si suppone $\sqrt{b^2 - 2ab + a^2} = \mp b \pm a$, ne nascerà $\pm a \mp b = -1 \cdot (\mp b \pm a) = \pm b \mp a$, equazione assurda fra il positivo, ed il negativo.

§ 34. Ella suppone affatto ignota la strada di passare dal positivo al negativo per l'infinito. Ma come mai

§ 43. ciò; se abbiamo tutto giorno sotto degli occhi l'iperbola fra gli assintoti?

§ 43.44. Il Sig. D'Alembert ha certamente sbagliato, asserendo vera l'equazione $\overline{1+h\sqrt{-1}}^{m} = \overline{1-h\sqrt{-1}}^{m}$, e falsa l'altra $1+h\sqrt{-1} = 1-h\sqrt{-1}$, ch'è un caso particolar della prima, e quindi può aver egualmente errato nell'asserir vera la prima.

§ 51. Se altra volta ho sostenuto la contraria opinione, mi sono ingannato.

§ 51.52. Egli è vero, che nella formola Cardanica i valori di m, e di n si possono permutare; ma ciò nulla leva

Ar. di forza al mio argomento. Posto che si faccia $m = \left(\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\,\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$, sarà $n = \left(\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}q^2}\,\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$: ma pel Sig.r D'Alembert, e per Lei gli omogenei di comparazione si eguagliano; dunque anche i loro

valori

Illmo Sig. Conte Sig. Sig. Pron Colmo

[illegible]

Per non abusare soverchiamente della sofferenza di V. S. Illma rispondo brevemente ancora una volta al solo [illegible] che il caso

319

valori $A+a\sqrt{-1}$, $A-a\sqrt{-1}$, il che per lo stesso Sig. di Alambert e per me è falsissimo. Se fosse $m=n$, ne seguirebbe che la formola $x^3-px\pm q=0$ sarebbe sempre fornita di due radici eguali.

obbiezioni, che le ho spedite, le ho scritte non per l'Accademia, ma per Lei a solo fine di persuaderla a non pubblicare le due Dissertazioni, onde non si pregiudichi quel concetto, di cui è meritamente al possesso. La premura, che ho per Lei, e la mia onestà mi obbligano a parlar chiaro; imperciocchè se le due Dissertazioni verranno disapprovate, Ella avrebbe giusto titolo di lagnarsi di me, se l'avessi adulata. Dovendo significare il mio parere all' Accademia, dirò, che tutto ciò ch' Ella scrive in difesa della prima Dissertazione, io non posso salvochè confermare quelle stesse considerazioni, che ho fatte intorno alla prima.

So ch' Ella gradirà la mia sincerità, e che si persuaderà dell' interesse, e della vera stima che ho per Lei, e per cui cercherò sempre di distinguermi quale mi dichiaro

Di Lei Sig. Arcip. Prone Rivmo

Treviso 20 Ottobre 1761

Illmo Sig. Prof. Giambatista Nicolai Arcip. di Dadernatto.

Divotmo Obblmo Servitore
Giordano Riccati

316

§ 15

320

§ 31.

[illegible]

§ 35

[illegible]

§ 43.

[illegible]

§ 51.

[illegible]

Per non abusare soverchiamente della sofferenza di V.S. Illma rispondo brevemente ancora una volta al solo § 12 della seconda di lei lettera (giacchè il resto dipende da questo, e tutto per me è secondario), che l'equivoco, che mi si addebita di prendere $y=y$, non è mio ma del metodo comunemente abbracciato di calcolare, se ben non s'intenda. Imperocchè trovandosi nella mia lettera nella equazione $\frac{y}{\sqrt{-1}}=y$, io avverto con queste parole collocate fra parentesi (come si fa coi metodi usi), che non io, ma il metodo comune suppone $y=\frac{y}{\sqrt{-1}}$, dal che ne nasce per conseguenza $\frac{1}{\sqrt{-1}}=1$: la quale sembra assurda, ma rimedia alla supposizione ordinaria del calcolo che abbiamo, senza di cui non è possibile giustificare il metodo usitato di calcolare.

Che poi così esiga l'indole del nostro comun metodo analitico, è facile a conoscerlo, s'ei si rifletta, che qualunque quantità di valore possa avere l'incognita, non ostante però si moltiplica, si divide, si alza a potenza, e se ne estrae la radice, come se fosse identica, massime quando si ricavano dagli esponenti. Io anzi ripeto da questa maniera di calcolare (quando bene non si avverta) la sorgente delle equivocazioni che s'incontrano.

Per far vedere per altro non essere il sistema, dal quale la supposizione comune, che fa $y=y$, esporrò qui le seguenti riflessioni. Data l'equazione al circolo $\sqrt{a^2-x^2}=y$, in cui, prima di attribuire alcun valore particolare ad x, y ha figura di ordinata reale, avremo $\sqrt{-a^2+x^2}=\frac{y}{\sqrt{-1}}=y$, rappresentando y l'ordinata reale dell'iperbola. Dunque y reale dell'iperbola eguale alla ordinata reale del circolo divisa per l'immaginario $\sqrt{-1}$, cioè eguale all'ordinata immaginaria del circolo. Si può pertanto generalmente asserire, prima di attribuire alcun

valore speciale ad x avere le ordinate reale al circolo eguale alle ordinate immaginaria della iperbola.

Data poi la equazione alla iperbola $\sqrt{-v^2+x^2} = y' = \sqrt{-1}\sqrt{v^2-x^2} = y\sqrt{-1}$, avremo $y' = y\sqrt{-1}$, e perciò le ordinate reale della iperbola eguale all'ordinata immaginaria, ordinata del circolo.

Ora dalla prima $\sqrt{-v^2+x^2} = \frac{y}{\sqrt{-1}} = y''$ (a), deduco $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{v^2-x^2} = \frac{y}{\sqrt{-1}} = y'$,

$\sqrt{v^2-x^2} = \frac{y}{-1} = \frac{y'}{\sqrt{-1}}$, ed $y = \frac{-y'}{\sqrt{-1}}$.

Dalla seconda poi $\sqrt{-v^2+x^2} = y' = y\sqrt{-1}$ (b), cavo $\sqrt{-1}\cdot\sqrt{v^2-x^2} = y' = y\sqrt{-1}$

e $\sqrt{v^2-x^2} = \frac{y'}{\sqrt{-1}} = y$.

Adunque moltiplicando quest'ultimo valore di y col primo, avremo

$y\cdot y = \frac{-y'}{\sqrt{-1}}\cdot\frac{y'}{\sqrt{-1}} = \frac{-1}{-1}(y')^2 = (y')^2$: adunque $y = y'$. Sicchè se nelle

due equazioni $y = \frac{-y'}{\sqrt{-1}}$; $y = \frac{y'}{\sqrt{-1}}$ pongo $y = y'$ egualità giustificata

dal calcolo superiore, che comunque è legittimo, dalla prima cavo

$1 = \frac{-1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$: dalla seconda $1 = \frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$. Che se faccio $y = -y'$, sono

$y = \frac{y'}{\sqrt{-1}}$; $y = \frac{-y'}{\sqrt{-1}}$ cioè $1 = \frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$; $1 = \frac{-1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}$: gli stessi valori di prima.

Un paradosso non è adunque, si accorda come a prima vista si presentava la supposizione del metodo comune, che fa $y = y'$: e però in questa circostanza sono necessarie le altre due equazioni, che si spacciano per assurde.

Non altrimenti avverrà che posto in (b), $\sqrt{-v^2+x^2} = y'' = y\sqrt{-1}$ (diverso così dovendo essere il y della (b)), se sommerò la (a) con (b), troverò

$y' + y'' = 2\sqrt{-v^2+x^2} = \frac{y}{\sqrt{-1}} + y\sqrt{-1} = -y\sqrt{-1} + y\sqrt{-1} = 0$, e perciò $y' = -(y'')$, e

$\sqrt{-\sqrt{-1}+1} = -\sqrt{-\sqrt{-1}+1}$, da cui si cava che l'$y'$ si eguaglia al $-y''$, e che l'una o l'altra delle due (a), (b) si deve prendere col segno negativo.

In questo caso avremo $y = y'\sqrt{-1}$; $\frac{y''}{\sqrt{-1}} = y$, ed $y^{\wedge} = y'\cdot\sqrt{-1}\cdot\frac{y''}{\sqrt{-1}}$: ma $y'' = -y'$: dunque $y^{\wedge} = \frac{y'\sqrt{-1}\cdot -y'}{\sqrt{-1}}$, ossia $y^{\wedge} = -(y')^{\wedge} = -\sqrt{-\sqrt{-1}+1}\cdot\sqrt{-\sqrt{-1}+1} = \sqrt{-1}-1$,
ed $y = \sqrt{-1}\cdot y'$: ovvero $y^{\wedge} = -y''\cdot\sqrt{-1}\cdot\frac{y''}{\sqrt{-1}} = -(y'')^{\wedge} = -\sqrt{-\sqrt{-1}+1}\cdot\sqrt{-\sqrt{-1}+1} = \sqrt{-1}-1$,
ed $y = y''\sqrt{-1} = -y'\sqrt{-1} = \frac{y}{\sqrt{-1}}$.

Tralascio le conseguenze, che se ne potrebbero dedurre, perchè l'unico mio oggetto qui non è altro, che di dimostrare, ch'io per niun modo mi discosto dal metodo comunemente approvato: e che conseguentemente non posso errare, se errano gli Analisti insieme con me. Perchè quando si vuole confutar me, conviene limitare i principj più generali del calcolo per ammetterli o ripudiarli arbitrariamente. Di fatto non si ponno cagionare le mie equazioni, se non si limiti la proposizione generalissima $\sqrt{-1} = \frac{-1}{\sqrt{-1}}$, da cui le deduco; proposizione, che certamente fuori di tale incontro non mi sarebbe mai stata messa in dubbio. Io penso adunque, che per sviluppare tali imbrogli, siano necessarj nuovi ajuti: ma intanto sostengo non potersi dubitare della verità delle mie equazioni, se non si dubiti dei principj più ricevuti del calcolo analitico.

Perdoni V. S. Ill.ma questa mia insistenza nata in me dalla persuasione della verità di alcune proposizioni negli altri ignote, che potrebbero aver fatte, ma non certamente ciò, che fin ora è pubblicato. Rinnovo con V. S. Ill.ma la mia costante venerazione segnandomi

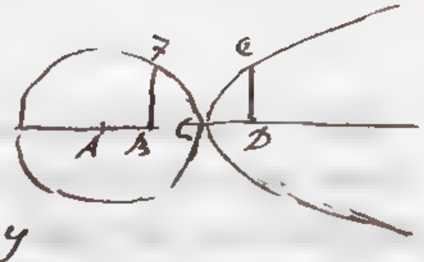
Di V. S. Ill.ma

24 Ottobre 1811 Portanello

Umil.mo Dev.mo Obblig.mo Servitore
Giambattista Nicolai

Illmo. Sig.re Sig.re e Pad.ne Colmo. 3 2 9. 3 3 3

Sig.r Arcip.te Drona Rimo 3 2 5



[...] evitare qualsivoglia equivoco, nomino $AC = r$, l'assissa $AB = x$, a cui corrisponda l'ordinata $B7 = y$ reale del circolo, e l'ordinata z' immaginaria dell'iperbola equilatera; l'assissa $AD = X$, a cui si riferisca l'ordinata $De = z$ reale dell'iperbola, e l'ordinata y' immaginaria del circolo. In ri=guardo all'assissa $AB = x$ avremo $\sqrt{r^2-x^2} = y$, $\sqrt{r^2-x^2}\sqrt{-1} = z'$, ossia $\sqrt{r^2-x^2} = \frac{z'}{\sqrt{-1}}$, e per conseguen=za $y = \frac{z'}{\sqrt{-1}}$, formola, che m'insegna doversi divi=dere l'immaginaria z' per $\sqrt{-1}$, acciocchè tal fra=zione $\frac{z'}{\sqrt{-1}}$ divenga quantità reale $= y$, ovvero moltiplicare la grandezza reale y per $\sqrt{-1}$, acciocchè diventi l'immaginario prodotto $y\sqrt{-1} = z'$. Nessun Geometra da questa formola caverà mai la assurda consequenza $y = z'$, $\sqrt{-1} = 1$.

[...] all'assissa $AD = X$, e trovo $\sqrt{X^2-r^2} = z$, $\sqrt{X^2-r^2}\sqrt{-1} = y'$, ovvero $\sqrt{X^2-r^2} = \frac{y'}{\sqrt{-1}}$. Avremo dunque $z = \frac{y'}{\sqrt{-1}}$, e quindi $z\sqrt{-1} = y'$, formola, dalla quale imparo, che fa di nuovo moltiplicare l'ordinata reale z dell'iperbola per $\sqrt{-1}$, onde il prodotto $z\sqrt{-1}$ s'eguagli all'ordinata immaginaria del circolo, che corrisponde all'assissa $AD = X$. Neppur da tal formola non si dedurrà mai $z = y$, $\sqrt{-1} = 1$,

cioè

opra la no
do di costru
le qui in
ra con il
a piacere
g sia mag
za bg
li alla pre
n la retta
innalzo la
la linea
termina
arbitrario
il punto b
ngo in m
he i due
za il lato
ia

cioè il reale ugual all'immaginario, l'immaginario ugual al reale

Moltiplicando $y\sqrt{-1} = z'$ per $z\sqrt{-1} = y'$, ne raccoglierò $-yz = y'z'$, ed imparerò, che il prodotto $y'z'$ di due grandezze immaginarie si agguaglia ad una quantità reale, ma non ne dedurrò mai le conseguenze contenute nella sua lettera.

Si può ben dare che sia $AD = y = DE = z$, e per conseguenza ancora $y' = z\sqrt{-1} = z' = y\sqrt{-1}$, il che accaderà, qualora si verifichi l'equazione $2v^2 = x^2 + X^2$. In tale circostanza scopriremo $-y^2 = z'^2$, $-z^2 = y'^2$, e ne ricaveremo come sopra $y\sqrt{-1} = z'$, $z\sqrt{-1} = y'$, e sarà concesso ancor di inferirne $y\sqrt{-1} = y'$, $z\sqrt{-1} = z'$, ma non già $y = y'$, $z = z'$, supponendo assurdamente $\sqrt{-1} = 1$.

Il Sig. Ab. Antonelli le ha scritto il mio progetto. Non potendosi conciliare le nostre opposte opinioni, e trattandosi di un affare assai serio, cioè di mettere a rischio il suo concetto, di cui degnamente è al possesso; io propongo di inviare le sue due Dissertazioni al Sig. Malfatti, a cui scriverò una lettera del seguente tenore. Che le Dissertazioni sono di un mio Amico, intorno alle quali avendo io detto la mia opinione, egli brama ardentemente

di

Illmo. Sig.r Sig.r e Pad.ne Colmo. 329. 333

327

di sentire ancora la sua per determinarsi a pubbli=
carla, o a tenerla celata. Aggiungerò, che avendo
io somma premura per questo mio Amico, lo sup=
plico quanto so e posso ad esaminarla con tutta
l'accuratezza, e a communicarmi l'autorevole suo
giudicio. Nulla di più io esprimerò nella lettera,
e terrò nascosto il mio parere al Sig. Malfatti,
e s'egli approverà le due Dissertazioni, dirò
di essermi ingannato. Egli è un Analista molto
profondo, ed ancor io l'ho pregato ad esaminare
l'Articolo sul Suono Falso inserito nel Prodromo
della Enciclopedia, ed ho riformato alcune cose
a norma dei suoi suggerimenti.
Da quanto ho scritto comprenderà il Sig. Arcip.te Rmo
quanto interesse io mi prenda per la sua gloria,
massimamente che si tratta di un Professore, e di
un Professore di Padova. Starò in attenzione
della sua risoluzione, ed intanto ho l'onore
di protestarmi

Di Lei Sig. Arcip.te Pron Rmo

Trevigo 26 8bre 1781

Illmo Sig. Prof. Giambatista Nicolai Divot.mo Obbl.mo Servitore
Arcip.te di Padernello Giordano Riccati

3 324

[illegible]

[illegible] 326

[illegible]

Ill.mo Sig.r Sig.r e Pad.ne Col.mo. 329. 333

Per mezzo di Monsig. Can. Francesco d'Onigo mi assicurano Li Signori Canonici di Treviso essere stata Loro suggerita da V.S. Ill.ma La mia persona per Li bisogni della Loro Catedrale non avendo ella voluto aderire alle istanze de Medesimi, ed averne ulteriore ingerenza.

A tale impiego, ora io vengo ricercato; mà prevenuto l'animo mio da vera, e dovuta stima, e rispetto vero La di Lei Persona ĕemo della verità dell'esposto, ed essendo mia precisa volontà di non imprendere cosa che à Lei arrecar potesse alcun, benche minimo dispiacere, si in questo come in qualunque altro affare, penso di ricorrere supplichevole à V.S. Ill.ma pregandola degnarsi di farmi consapevole se vero sia quanto mi fù come sopra esposto.

Dall'implorato ceno di V.S. Ill.ma che dalla sua benignità spero in in breve, dipenderanno le mie deliberazioni, mentre io non amo, per quanto à mè è possibile, che di corrispondere à miei doveri verso di Lei per cui vivo con quella vera, e cincera stima, e costante osequio, che mi fa essere.

Di V.S. Ill.ma

...mo Li 28 8bre 1781.

Umiliss.mo Divotiss.mo Obbligatiss.mo Servitore
Giovanni Miazzi

sero pure il loro piacere, ch'io non voleva aver più alcuna ingerenza nella fabbrica del Duomo. Monsig.r C. Francesco di Onigo, ch'era alla testa de' tre Canonici, mi ricercò di quale Architetto si avrebbero potuto servire, ed io suggerj ... la sua ...; ... avanzat. perchè

opra la no... | do di costru... | le qui in | ra con il | a piacere | ... sia mag... | za bg | ... alla pre... | n la vezza | innalzo la | la linea | termina | arbitrio | il punto b... | ngo in m... | he i due | ... il lato | ia

3 324 330

[illegible]

opra la no=
do di costru
ze qui in

ra con il
a piacere
g sia mag
za bg
li alla pre=
n la retta
innalzo la
la linea
termina
arbitrio
r il punto b.
ngo in m,
he i due
zando il lato
ia

sero pure a loro piacere, ch'io non voleva aver più
alcuna ingerenza nella fabbrica del Duomo. Monsig.r
G. Francesco di Onigo, ch'era alla testa dei tre Cano=
nici, mi ricercò di quale Architetto si avrebbero
potuto servire, ed io suggerj ~~......~~ la sua Paveglia;
avanzat. sarebbe

Sig. Giovanni Riccati 331

Quando mi son preso l'assunto di fare il disegno del Duomo di Treviso, mi fu prescritta la condizione di preservare la Cappella maggiore, e quella del Santissimo; e questa condizione mi condusse necessariamente ad un disegno forse, degli archi dissimili, e col piedistallo comune a due Ordini.

Il disegno fu accettato, e di più cominciato ad eseguire colla spesa di circa 20m Ducati. Con alcuni Canonici, non per quei difetti, che realmente ci sono da loro non conosciuti, ma per altri, che finiscono la loro immaginazione, pensano a far delle novità, esprimendosi ancora di demolire, se facesse bisogno, il già fatto. Quello ufficio, che mi fu passato da tre Canonici deputati dal Capitolo raggunato in assai scarso numero, mi disgustò a segno, che loro risposi, ch'io non meritava un tale sfregio, e che perciò si accomodassero pure a loro piacere, ch'io non voleva aver più alcuna ingerenza nella fabbrica del Duomo. Monsig. Co. Francesco di Onigo, ch'era alla testa dei tre Canonici, mi ricercò di quale Architetto si avrebbero potuto servire, ed io suggerii la sua Persona;

avezzi. perchè

sopra la no-
do di costru-
zeque in
ra con il
a piacere
sia mag-
za b g
alla pre-
la vezza
innalzo la
la linea
termina
arbitrio
il punto b.
ngo in m,
che i due
del lato
ia

332

perchè sono sicuro, ch'Ella prenderà il ripiego di dilatare lo spazio per le sedia del Coro, per collocare i Confessionali &c. senza por mano nelli essenziali del disegno. La Città a queste cose esclama, e se mai si vedessero a demolire qualche porzione dal già fatto, la fabbrica è rovinata, e tutte le limosine cessano. Quando Ella verrà a Treviso, ne discorreremo pienamente, ed intanto pieno di dovere per le cortesissime espressioni nella sua lettera contenute, ho il piacere di protestarmi

Di Lei Sig. Giovanni Stimatissimo

Castelfranco 31 Ottobre 1761

Sig. Giovanni Miazzi.
Bassano

Aff.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

mpio sopra la no:
mezodo di costru
ne, che qui in
flessi.
figura con il
ilisco a piacere
zza cg sia mag:
á rezza bg
guagli alla pre:
g con la rezza
rzo f innalzo la
ro i la linea
o i determina
zo ad arbitrio,
rà per il punto b.
rolungo in m,
zsza, che i due
guenza il lato
ia

[illegible]

[illegible] Sicolu

3 3 2 4

5

3 [illegible]

[illegible]

Sn [illegible]

Dopo d'aver fantasticato con la mente qualche tempo sopra la no-
ta Elissi, m'è riuscito alla fine di ritrovare un metodo di costru-
irla, che credo sia il vero, con la sua dimostrazione, che qui in
seguito l'espongo sotto a suoi venerati riflessi.

Abbiasi il semisoffitto acdl, come nella presente figura con il
quadrato abhl, per la lunula maggiore stabilisco a piacere
su la linea ch il punto g per modo, che la retta cg sia mag-
giore della linea ld, e dal punto b delineo la retta bg.
Produco la linea ld in e fino a tanto, che s'uguagli alla pre-
detta bg. Di poi congiungo i due punti e, e g con la retta
eg, che divido per mezo in f, e finalm.te dal punto f innalzo la
perpendicolare fi, che intersecarà nel punto i la linea
ld. Dico, che se descriverò un'Elissi col centro i determina-
to dalla perpendicolare fi, e col centro g scielto ad arbitrio,
sarà la ricercata, che necessariamente passerà per il punto b.
Dai due punti g, & i conduco la retta gi, e la prolungo in m,
cosicchè im sia uguale ad il. È cosa manifesta, che i due
triangoli ifg, ife sieno uguali, e per conseguenza il lato
ie

Giambattista Nicolai

ie uguale al lato ig; dunque tutta la retta el è uguale al lato gi più la retta il, o sia alla retta gm; ma la linea el prodotta l'ho fatta uguale alla bg, dunque anco la mg è uguale alla bg. Descritto dunque l'arco picciolo lm col centro i, e progredendo l'Elissi col raggio gm fino al suo termine, anderà indispensabilmente a passare per il punto b. ciò, che era da dimostrarsi. Da una tal costruzione osserverà Ella, che, essendo il raggio bg uguale al lato gi più il raggio il ne nasce di legittima conseguenza esser centro dell'arco picciolo il punto i, e che questo ne venga determinato dalla perpendicolare fi.

Ora comprendo quanto fosse incerto, e non provabile l'altro metodo, che le ho rassegnato, e consegu.te degno d'esser escluso se non dalla pratica, bensì dalla teorica, e dalla geometria.

Sarà un effetto della sua bontà lo scusare il disturbo, che le do, e la poca chiarezza con cui mi sono di sopra espresso. Intanto, facendo i miei doveri, e riverendola a nome della Sig.ra Madre, fo fine col rispettosamente segnarmi.

Pordenone alli 3 9bre 1781 D. V. S. V. S.ma

Umil.mo Obb.mo servo, e N., potè Niccolò di Sbrojavacca

[illegible]

Giambattista Nicolai

Al Nob: Sig:r sig:r Pron Col.mo
Il Sig: Co: Giordano Riccati

Treviso

c
d
e
g
h

Molto Rndo Sre Sig.re Prone Colmo 334

Nobile Sre Sig. Pron Colmo 333

Padova 10 Xbre 87

Le presento un libricciuolo frutto dell'ozio e di un'occasione che in esso troverà descritta. Io lo raccomando a V. S. Illma come persona che più di tutti lo può giudicare e proteggere: ma non perchè lo protegga contro ragione, anzi voglio trattandolo con tutta severità, ne protegga il fine, quello cioè di promovere le pratiche utili e vere. Perdonerà gli errori trascorsi principalmente alla pag. XXI, dove manca una riga; e all'autore la libertà e importunità. Pieno di stima sono, e sarò sempre

Suo Umilmo Divmo Obbmo Servitore
D. Alessandro Barca

Gianbattista Nicolai

3 3 46

Molto Rndo Pre Sig.re Prone Cotmo 339

. lezze=
; che
va osta.
n altra
soffizzi
nsida=
ia ven=
ia di
a nove
rre mi

.vi: e Nipata
ievacca
p: nera:

Giambattista Nicolai

33

Molto Rev.do Sig.re Pron.e Col.mo 339

Un mio Amico Veneziano mi ha promesso di trovare occasione di spedire a Milano la presente insieme coll' involto, che contiene gli Elementi di Architettura del Sig. Francesco Maria Preti. Glie lo consegno adunque, e spero che fra non molto tempo V. R. lo avrà.

Nel Tomo XXII. del Giornale di Modena è uscito il mio Esame del Sistema Musico del Signor Giuseppe Tartini. Le Opere del Signor Tartini sono state lodate; perchè la loro oscurità rendendole poco intelligibili, ciò che non è stato capito, ha riscossa l'ammirazione. Io levo loro il velo, e faccio toccar con mano l'insussistenza del Sistema.

Se vaglio in servirla, V. R. mi onori de' suoi preziosi comandi, pregiandomi sommamente di essere quale mi dichiaro

Di V. R.

Treviso 12. gbre 1781

Molto Rev.do P. D. Giovenale Sacchi. Milano.

Umil.mo Div.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

ciati ad un Opera, che sarà degna del Sig. Cav. Tiraboschi. Se ne verrà spedita una copia per mio conto al Sig. Storti di Venezia, egli me la farà tenere.

Gianbattista Nicolai

33

. lezze=

, che

osta.

n altra

soffizzi

rsiche=

a ven=

a che

a nome

re mi

ciati ad un Opera, che sarà degna del Sig. Cav. Tiraboschi. Se ne verrà spedita una copia per mio conto al Sig. Storti di Venezia, egli me la farà tenere.

vi e Nipote

giovacca

serva:

Gianbattista Nicolai

3 3

Errori scorsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati Esame del Sistema Musico di M. Rameau nel Tomo XXI. del Giornale. 343

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
51.	2.	le vibrazioni	le sue vibrazioni
52.	10.	nasce	. . . . .

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 341

...uio a V. S. Illma una breve Dissertazione, nella quale mi sembra di aver posto in un pienissimo lume il tanto dibattuto argomento del Caso irreducibile nelle equazioni del terzo grado: Ella mi faccia il favore di leggerla, e di esaminarla, e quando ottenga la sua approvazione, e la giudichi di qualche utilità per l'Analisi, la faccia inserire, come la supplico, in cotesto Giornale.

...o letto in un Foglio riferita con lode un Opera di cotesto Sig. Ab. Venturi. Ella mi farebbe somma grazia a significarmi sinceramente di qual pregio essa sia, onde io possa determinarmi si o no a farne la provvisione.

...el rotoletto contenente la Dissertazione troverà la nota degli errori corsi nei due Esami dei Sistemi Musici di M. Rameau, e del Sig. Tartini. In questo singolarmente alla pag. 190 sono state tralasciate varie parole.

...o inteso essere uscito il primo Tomo della Biblioteca Modenese. Voglio anch'io esser nel numero degli Associati ad un Opera, che sarà degna del Sig. Cav. Tiraboschi. Se ne verrà spedita una copia per mio conto al Sig. Storti di Venezia, egli me la farà tenere.

...lezze ...i che ...ssa osta... ...n altra sofferi... ...nsider... ...ia ven... ...o de... ...a nome ...re mi

...rvi: e Nipote ...ricevere ...mi:

Giambattista ...iccati

33 342

Mi confermo coi soliti attestati di vera stima

Treviso 1 Luglio, 1741.

Ill.mo Sig. Ab. Giuseppe Contavalli
Modena.

Umil.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati.

Errori scorsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati *Esame del Sistema Musico di M. Rameau* nel Tomo XXI. del Giornale.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
51.	2.	la vibrazioni	le sue vibrazioni
52.	10.	nasce	[illegible]

3 3

Errori scorsi nella Dissertazione del Sig. Co. Giordano Riccati Esame del Sistema Musico di M. Rameau nel Tomo XXI. del Giornale.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
51.	2.	le vibrazioni	la sua vibrazione
52.	10.	nasca	nasce
66.	5.	o Quinta	e Quinta

Errori scorsi nella Dissertazione dello stesso Autore Esame del Sistema Musico del Signor Giuseppe Tartini nel Tomo XXII. del Giornale.

Pag.	Lin.	Errori.	Correzioni.
188.	4.	C^{36}	$C^{\frac{5}{36}}$
89.	6.	$\frac{4}{4}$	$\frac{4}{6)}$
90.	13.	l'ordinata $\frac{3}{6)} = \frac{1}{2}$	l'ordinata $\frac{4}{6)} = \frac{2}{3}$, e che all'assissa FB $= \frac{46)}{6)} = \frac{2}{3}$ ci corrisponda l'ordinata $\frac{3}{6)} = \frac{1}{2}$.
194.	4.	pei	dei
199.	20.	equivoce	equisono
200.	10.	è legittima	è la legittima
219.	4.	appropriata	appropriate
215.	9.	dissonanza	dissonante
218.	11.	due artificiali	due corde artificiali
221.	14.	A G	B G
222.	10.	A G	B G
227.	10.	Scuola	Scala
227.	22.	1672.	1762.

li 13 Gbre: 1781 Bologna

Di V. S. Illma:

Umo: Devmo: Oblgo: Servitore
Francesco Olivetti

[Right-margin fragments from facing page: . (uzze= / ; che / ozza. / n altro / soffizzi / resid= / a ven= / ra de / a nove / zze mi / ...rvi: e Nipote / ...oievacca / ...y: Servo: / Giambattista Nicolai]

3'4'4 [illegible]

3

[illegible]

5

xa lude=
lbio, che
isposta.
un altro
r i soffizzi
considera=
asse= più ven=
lei, sva di
icerità la a nome
. luo=
resen= =nte mi
e ma=
ladi=
'a.

13 Gbre: 1781 Bologna

Di V. S. Illma:

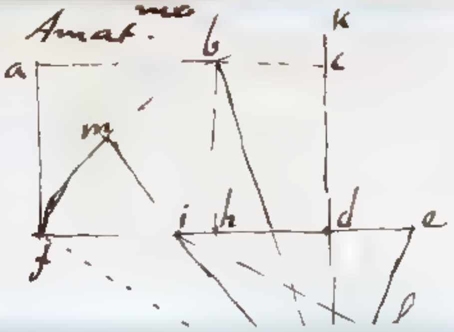
Umo: Devmo: Obbmo: Servitore
Francesco Olivetti

rvi: e Nipote
Giovacca
...: Nova:
Gianbattista Nicolai

3 4' 4

3

Sig. Nipote Amat.mo 347 -9



Sig. Conte Stmo: 345

Mancherei al mio dovere, se trascurassi al mio felice arrivo in Bologna di rasse=
gnarle la presente in testimonianza dell'obbligo infinito, che mi corre verso di lei,
e della stima che le professo. Si assicuri, senza che più le dica, della sincerità
dell'animo mio, e della grata memoria che avrò sempre presente in qualunque luo=
go mi trovi per le tante beneficenze da lei ricevute. Ella aggradirà la presen=
te col solito di sua benignità, e condonnarà la mia insufficienza se ma=
le esprimo li miei sentimenti. Monsignore Bonfilioli, ed il Sig: Canonico Saladi=
ni mi commettono di riverirla, e frattanto, desiderando occasioni di poterla
assicurare sempre più di mia gratitudine, mi do l'onore di protestarmi

Di V. S. Illma:

li 13 Gbre 1781 Bologna

Umo: Devmo: Obbmo: Servitore
Francesco Olivetti

ra lette=
bio, che
iposta.
un altra
r i soffitti
consider=
più ven=
rra di
la a nome
=zza mi

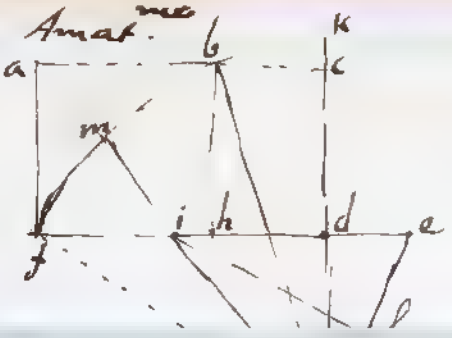
=vi: e Nipote
giovacca
=j: servo:
Giambattista Nicolai

3.4.4

3.4.07

3

Sig. Nipote Amat.mo -9



ra lette=
bio, che
iposta.
un altra
r i soffietti
considera
pia ven=
ra dei
la a nome
=zate mi

rvi: e Nipote
oievacca
=7: nova:

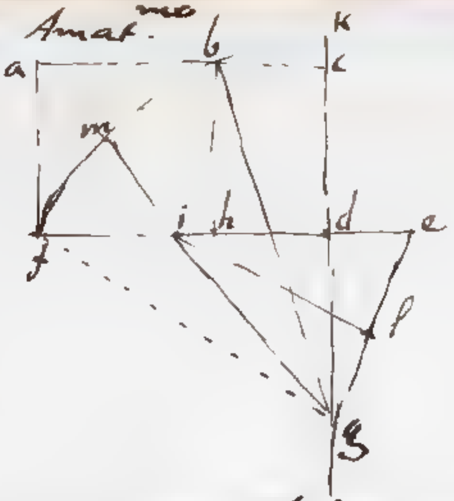
Gianbattista Nicolai

All' Ill.mo Sig. Sig. Pron. Col.mo
Il Sig. Conte Giordano Riccati

Franca p. Ven.a

Castelfranco

Sig. Nipote Amat.mo



La sua costruzione è giustissima, e la dimostrazione molto elegante. Ella è necessaria la condizione, che sia eg maggiore di fd; perchè se fosse eg = fd, sarebbe altresì $dg = hd = bc$, e conseguentemente si uguaglierebbero le due diagonali gf, gb, ed il circolo descritto col raggio gb passerebbe pel punto f. In tale ipotesi il punto i cade in f, il raggio $im = if$ diviene uguale a nulla, ed il punto m coincide col punto f, e però l'elisse fmbk si cangia in un segmento di circolo mbk, che fa angolo acuto colla orizzontale ba. Posta dg infinita, il punto i cade in h, il punto m in b, e l'arco fm diventa un quadrante descritto col raggio $hf = hb$. Si inferisca, che la linea dg può ricavare infiniti valori medj tra hd, e l'infinito, ai quali corrispondono altrettante elissi diverse fmbk, che sono più o meno acute, secondochè a dg si assegnano valori a grado a grado maggiori di hd.

Dal Sig. Co. Sigismondo della Torre ho inteso, che la Sig.ra Laura sua Madre, e mia Sorella si trova ancora [illegible]

Pord.a alli 17 g.bre 1761

Suo aff.mo Obb.mo Servo e Nipote
Niccolò di Sbrojavacca
[illegible]

Gianbattista Nicolai

modata, ma presentemente è rimessa in buona salute, ed io mi congratulo con essa a nome de miei, e le porgo i suoi cordiali saluti. Resto con dichiarazione affettuosissima

Di Lei Sig.r Nipote Amat.mo

Castelfranco 25 9bre 1746

Nob. Sig. Co. Nicolò di Prol. Sbrojavacca. Pordenone.

Div.mo Aff.mo Servitor e Zio
Giordano Riccati

na lette=
llio, che
isposta.
un altra
r i soffitti
considet=
pia ven=
rra dei
la a nome
:nte mi

Vor.da alli 17 9bre 1761

Dev.mo Obb.mo Servi.e e Nipote
Piccoli di Sbrojevacca
[illegible]

Gianbattista Nicoli

3

3

Sig.r Zio Mio Sti.mo

Non avendo avuto alcun riscontro da lei, Sig.r Zio, d'una lette=ra scrittale quindeci giorni sono, mi nasce dubbio, che possa esser andata smarita o quella, o la sua risposta. Su la mia lettera, avuto l'avviso, le rinnovavo un altro col ritrovato metodo geometrico dell'Elissi per i soffitti da Chiesa, che le aveva mandato sotto la sua conside=razione. Se la risposta, mi farà somma grazia ren=dermi di nuovo noto il suo sentimento sopra di quello. Di tanto è supplicato, e riverendola a nome d'ogn'uno con tutta la stima riverentemente mi dico.

D. V. Sig.r Zio Pron. Sti.mo

Pord.a alli 17 9bre 1761

Devot.mo Obb.mo Serv.re e Nipote
Niccolò di Sbrojevacca

~~[illegible]~~

Gianbattista Nicolai

[illegible]

Giambattista Nicolai

Al Nob. Sig.r Sig.r Pron Col.mo
Il Sig.r Co: Giovanni Riccati

Treviso

Illmo Sig. Conte Sig. Sig. Pron Colmo

Le leggi della nostra Accademia non mi possono accordare dalla Generosa Società alla mia Memoria, nè ritardarla oltre al tempo da essa prefisso. Sicchè sono in necessità di supplicare V. S. Illma di spedirmela, concepita come Ella crederà più opportuno, per presentarla alla Barca. Quando poi le altre mie occupazioni mi permetteranno di compiere ciò, ch'ò divisato, io ben volentieri sentirò il suo saggio giudizio, e del Sig. Malfatti, che tanto pregio in ciò, che io presenterò: non volendo soggettarlo all'Accademia per essere libero di fare ciò, che più mi tornerà. — Ò ricevuti parte dei Libretti del Sigr Malfatti, e spero di poterne esitare gli altri. Rinnovo a V. S. Illma la mia antica servitù, e venerazione, e rispettosamente mi segno Di V. S. Illma Sig. Conte

17 Ottobre 1751 Padova

Umilmo Devotmo Obbligmo Servre

Giambattista Nicolai

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Illmo Sig. Sig. Prone Colmo

Restituitomi a Milano trovo il Tomo XXII del Giornale di Modena, e in questo tre nobilissimi articoli che hanno in fronte il glorioso nome Riccati. Gli ho subito letti inanzi agli altri, con mio piacere grandissimo, e la sua Dissertazione Acustico-Matematica per la prima ha rapito a sè la mia attenzione e curiosità. Nel vero la materia non potea essere trattata più ingegnosamente, nè con maggiore chiarezza e brevità. Il celebre Autore, che pienissimamente è confutato da V. S. Illma, se ritornasse al Mondo, avrebbe ragione di ringraziarnela, perchè nel tempo stesso che Ella ha dimostrato gli errori suoi, ha dato ancora luminose immaginazioni e riflessioni, le quali fanno pur conoscere quanto quel Uomo abbia meditato, e sopra il suo argomento, e con quanta sodezza. Il che nel avere lui stesso quasi non si può scorgere, tanto egli è tenebroso nel suo modo di scrivere e tanto stanca i Leggitori. Mi congratulo adunque con V. S. Illma di questo nuovo suo frutto tanto aggradevole

compiona la ragione 4 : 2, ...
2 : 3, 3 : 4. La ragione $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ supera il binario per l'unità divisa per quattro. Stando 6 : 9 come 2 : 3, se caleremo 9 per $\frac{1}{2}$, avremo la ragione 6 : 4½ :: 12 : 13, ovvero $\frac{17}{12}$, che molto si accosterà a $\sqrt{2}$. Ora essendo $\left(\frac{17}{12}\right)^2 = \frac{289}{144}$ e 17 : 12 :: 289 : 204, e superando $\frac{289}{144}$ il binario per l'unità divisa per 144, la ragione $\frac{244\frac{1}{2}}{204}$

e così ben perfetto in suo genere; estimo che tutti
gli amatori della Musica teorica le debbano rendere
merito della fatica che ha presa, per le har fatto
conoscere un falso camino che potea molti ingan-
nare, e forse tanto più facilmente, quanto è più
oscuro e intricato; perchè troppo è vero, il detto, se
non mi ricordo, di Tacito: Omne ignotum pro magni-
fico est.

Frere. Il Sig.r Conte Francesco si fa moltissimo onore
nella confutazione del Filosofo Militare. e mi sarà
cosa gratissima se V. S. Ill.ma li rappresenti
la mia ossequiosa servitù e le mie congratulazioni.
Quel libro, pieno d'inganni e d'audacia a me fu
offerto una volta da uno di questi venditori di vi-
no. Non volli comperarlo, e qui in Milano non
saprei perchè, non ebbe corso, come pur troppo l'han-
no gli altri simili; ma da quel poco che ne lessi
compresi che era necessario il darli risposta,
che ora veggo essere stato fatto dal Sig.r Conte con
bene, che l'estratto mi invoglia di leggere il libro,
e prego V. S. Ill.ma di unirne copia alli Elemen-
ti di Architettura del Sig.r Francesco Ric-
cati, facendomegli inviare da alcuno di cote-
trafficanti di libri di Venezia ad alcuno suo cor-
rispondente qui in Milano, al quale io pagherò
senza avere altro incomodo. Anzi se dell'uno e dell'
altro Libro si manderanno più copie io procurerò

di agevolarne lo spaccio.

Il terzo articolo degli Elementi di Architettura è tanto pieno di bei lumi, che ha superata la mia aspettazione quantunque fosse grande assai per quello che già V. S. Illma me n'avea accennato. E questo accresce in me il desiderio di veder l'opera, e di darla a vedere a questi Molto Reverendi Padri, che amano questo studio. Ho ancora letto nella Raccolta stata fatta l'altro suo Esame del sistema del Sigr Rameau, e in esso ho ammirato la sua solita acutezza e dottrina singolare, le quali due doti mi fanno assai gustare ogni cosa sua, eziandio là dove V. S. Illma tiene un cammino diverso dal mio. E per dirle ogni cosa, io non ho lasciato di fare una seria riflessione sopra le difficoltà che mi furono da Lei communicate nella cortesissima risposta inviatami nell'Autunno dell'anno scorso, intorno all'ultima mia operetta delle Quinte, ma non mi pare ancora di trovar falsi i principii sopra i quali io ho fondamento. Ad ogni modo noi siamo conformi in tanto cose che può bastare. Ed io me le professo obbligatissimo dell'entrare fra delle mie speculazioni, eziandio confutandole, e manifestandomi tanto amorevolmente le sue opposizioni. E desidero e prego dal Sigr Iddio ogni prosperità e consolazione, e con pieno ossequio mi protesto

di V. S. Illma

Milano Collegio Imple de Nobili
a 20 8bre 1751

Umo Devmo Obbmo Servitore
Giovi Sacchi B.

compiona la ragione 1:2, o sia 2 ... dalle due 2:3, 3:4. La ragione $(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ supera il binario per l'unità divisa per quattro. Stando 6:9 come 2:3, se caleremo 9 per $\frac{1}{2}$, avremo la ragione 6:8½ :: 12:17, ovvero $\frac{17}{12}$, che molto si accosterà a $\sqrt{2}$. Ora essendo $(\frac{17}{12})^2 = \frac{289}{144}$ e 17:12 :: 289:204, e superando $\frac{289}{144}$ il binario per l'unità divisa per 144, la ragione $\frac{288\frac{1}{2}}{204}$

Rev.mo Pre Sig.re Sig.re Pron̄e Colmo 357.

Mi ha V. P. Rev.ma generosamente onorato del pre=
zioso [dono] della sua dottissima Appendice sopra la
divisione delle ragioni. Eleganttissime sono le
dimostrazioni dei Teoremi, che spianano la strada
per giugnere al termine della desiderata divisione
di una data ragione. Avendo ella dimostrato
in riguardo alla divisione del Comma in sei parti
eguali, che fra le due ragioni $\frac{443}{442}$, $\frac{444}{443}$, la prima
è maggiore, e la seconda minore di $\frac{1}{6}$ di Comma,
e superando il logaritmo di quella per [...] il logaritmo
di $\frac{1}{6}c$, e per altrettanto calando il logaritmo di questa
dal logaritmo di $\frac{1}{6}c$; ne segue che $\frac{443\frac{1}{2}}{442\frac{1}{2}} = \frac{967}{965}$
si adeguerà con [...] esattezza ad $\frac{1}{6}c$.

Per [...] divisione di una ragione, io soglio va=
lermi del seguente metodo, di cui reco un esempio.
Vogliasi dividere in due parti eguali la ragione 1 : 2,
e per conseguenza si cerchi il valore di $\sqrt{2}$. Si
componga la ragione 1 : 2, o sia 2 : 4 dalle due
2 : 3, 3 : 4. La ragione $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ supera il binario
per l'unità divisa per quattro. Stando 6 : 9 come 2 : 3,
se caleremo 9 per $\frac{1}{2}$, avremo la ragione 6 : $4\frac{1}{2}$ :: 12 : 17,
ovvero $\frac{17}{12}$, che molto si accosterà a $\sqrt{2}$. Ora essendo
$\left(\frac{17}{12}\right)^2 = \frac{289}{144}$ e 17 : 12 :: 289 : 204, e superando
$\frac{289}{144}$ il binario per l'unità divisa per 144, la ragione
$\frac{288\frac{1}{2}}{204}$

$\frac{288\frac{1}{2}}{204} = \frac{577}{408}$ si approssima molto a $\sqrt{2}$. Alzata anche la scoperta ragione al quadrato, trovo $\left(\frac{577}{408}\right)^2 = \frac{332929}{166464}$, che eccede il 2 per $\frac{1}{166464}$. Poichè $408 : 577 :: 235416 : 332929$, la ragione $\frac{332928\frac{1}{2}}{235416} = \frac{665857}{470832}$ si approssimerà più strettamente a $\sqrt{2}$. In fatti elevandola al quadrato, si trova $\left(\frac{665857}{470832}\right)^2 = \frac{443365544449}{221682772224}$, che supera il binario per la minima $\frac{1}{221682772224}$.

Collo stesso artifizio si può andare rintracciando di sempre maggiore esattezza.

Il medesimo metodo serve per la divisione di una data ragione in tre, quattro, parti &c., ma la presente lettera è ormai lunga soverchiamente. Resta ch'io porga a V. P. Rev.ma i ben dovuti ringraziamenti; e che pieno di vera stima, mi dichiari costantemente

Di V. P. Rev.ma

Castelfranco 21. 9bre 1761.

Umil.mo Div.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

ser l'amigo
ramente af-
di lei
amo.
ri cosa abbia
poi le sue
do,
viene da
esso confron
ro con la sif
nmerse di

Sig. Zio Stimo 359

Polcenigo ... [illegible]

Martedì di sera p.° p.° due giorni prima di partire per Polcenigo
m'è pervenuta la sua preg.ma di risposta, che veramente at-
tendeva con qualche ansietà per intendere il di lei ris[illegible]
rabile parere sopra la mentovata Eclissi; e per[illegible] [illegible]
[illegible] tuttavia per timore di qualche smarrimento.
Ho sentito con tutto la compiacenza, che si l'ma[illegible] [illegible]
dimostrazione, sia andato a dovere, e che ogni cosa abbia
incontrato nel di lei genio. Ho rimarcato poi le sue
giustissime osservazioni, la prima parte delle [illegible]
mi fu sotto gl'occhi, e l'ho avuta in esame [illegible] [illegible]
premesso la condizione, che nella sua mi viene da
lei confermato, la seconda poi mi venne in con[illegible]
[illegible] poco dopo, e rilevai anco in questa col suo confron[illegible]
la verità.
Non ho mancato di far l'offizio, ch'ella m'ha impo[illegible] con la Sig.
Madre, la quale sta presso che bene, e m'ha commesso di
ringraziarla, e riverirla distintamente [illegible]
[illegible] anch'io ogni [illegible] dovere, ed osequiosissima[illegible] le protesto

Sig. Zio Stimo Devo.mo Obbl.mo Servo, e Nipote
[illegible] di [illegible]

Ill.mo Sig.r Co: Giordano Riccat.
Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Treviso

Illmo Sig.r giova sig.r Prov. Stimo 365

Sig. Arcip.te Stimo Rivmo 361

Ho subito espresa la mia opinione intorno alla sua Memoria su quel piede, di cui la scrissi in altra mia. Ella la troverà inchiusa, e spero che non ne resterà discontento supposta la discrepanza dei nostri pareri. Compiuta che abbia la terza Dissertazione, la leggerò volontieri, e sarà molto bene, che tutte e tre la Memoria siano esaminate dal Sig. Malfatti. S'egli s'accordera con Lei, il mio giudizio cederà al consenso di due Soggetti, che tanto stimo; ma se si accordasse con me, io non la consiglierei ad esporre al pubblico la sua Memoria.

La ringrazio della cura, che si prende per estrare i Libretti del Sig. Malfatti, e la supplico a considerarmi quale mi pregio di protestarmi:

Di Lei Sig. Arcip.te Stimo Rivmo

Castelfranco 24 gbre 1761

Illmo Sig. Arcip.te Giambatista Nicolai. Padova.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

363

Per obbedire ai venerati comandi di codesta insigne Accademia, esporrò brevemente il mio rispettoso parere intorno alla nuova Memoria ad essa presentata dal ch. Sig. Professore Nicolai. Difende egli l'eguaglianza di alcune formole dalle obbiezioni l'anno scorso proposte dal dott.mo Sig. Professore Stratico, e da me. Esaminate accuratamente queste difese, io non posso salvochè confermare l'opinione contenuta nella mia prima scrittura, cioè che fra le controverse formole non passa eguaglianza, ma bensì quella relazione, che lega insieme le quantità, che sono radici della medesima potestà. Così se per esempio porrò $\sqrt[4]{1} = x$, troverò $x = \begin{smallmatrix}\pm 1 \\ \pm\sqrt{-1}\end{smallmatrix}$; e da questa equazione potrà inferirsi soltanto, che ad x competono quattro valori, ma non già che i detti valori siano fra loro eguali. Io sottometto per altro questo mio parere all'autorevole giudizio di codesto Illustre Consesso, per servire ai comandi del quale, mi sono dato l'onore di estenderlo.

Ill.mo Sig.r Sig.r e Pron. Col.mo 365

[illegible]vuta la lettera scrittami da V.S. Ill.ma e ne la ringrazio [illegible] il pun[illegible]

[illegible] altro che ella sia concorde a ciò, che io dico e nella mia [illegible] Memoria [illegible]

Dal § 125 in poi la qual cosa mi pare che la contradizione, che si crede [illegible] in a[illegible]

[illegible]li equazioni nasca dal supporre che nello stesso tempo che si pone una quantità posi[illegible]

[illegible]tiva una debba essere uguale a se stessa ma negativa, e che una quantità reale cons[illegible]

[illegible]ata come tale debba agguagliarsi ad una immaginaria. Finalmente [illegible]

non si deve considerare se non se che una tale espressione che si presenta sotto l'aspetto [illegible]

[illegible]za o immaginaria o viceversa può assumere il carattere e la natura della [illegible]

[illegible] o reale o al contrario. [illegible] Queste sono le sue parole dal mio § 125 la [illegible]

[illegible] coincidono con ciò che ella [illegible] nella lettera. Basta [illegible] le sue espressioni [illegible]

il luogo di [illegible] di altro membro [illegible], e si vedrà che [illegible]

l'altezza di rendere a V.S. Ill.ma la mia servitù, e mi do l'onore di dirmi

Di V.S. Ill.ma

[illegible] 1801 Padova

Devot.mo Um.mo Obblig.mo Servit.re

[illegible]

[illegible]

Il
ab
sin
pr
ric
qu
lo
d

Nobile Ill.mo Conte Sig.r Sig.r Col.mo

Il Fratello di Roma vuole ch'io procuri di sapere s'Ella abbia ricevuto una sua che si fece coraggio di scriverle sino dalli 12 dello scorso Giugno. Io dunque mi prendo la libertà di fare a Lei direttamente questa ricerca, cogliendo così l'opportunità di rassegnarmi con quell'altissima stima, e con quel vero ossequio, con cui ho l'onore di segnarmi
di Lei Nobile Ill.mo

Padova 30 Nov.bre 1781

Umil.mo, Div.mo ed Obblig.mo Servitore
Leopoldo Caldani.

Integrale darebbe molto aj[illegible] alla costruzioni di simile

uare
le Cost.
agi
rilio
di
lletti
ani
ricato
moi.
ilanesi,
rimae
rono
persona
mpagnati

Illmo: Sig: Sig: Prñe: Colmo:

359

Illmo Sig. Sig. Prone Colmo

La ringrazio moltissimo per la notizia domandata à Mr. de la Grange per mezzo del Sr. Grano, ed à suo tempo mi gradirò assai la risposta.

Hò piacere che il Sig. Malfatti habbia composto un tratto sintetico elegantissimo della Curva Cassiniana, ed abbia scoperto una nuova propietà mecanica nella medesima. Già da molto tempo comm[unicai] al degnissimo [Sig.] [Cas]tello un mio pensiero che fù dal medesimo approvato; ed era la Teoria delle Curve che si descrivono per mezzo dell'Instrumento per infiniti punti, demostrando le loro pro[prie]tà sinteticamente ò per mezzo de[lle] Ragioni [prime] ed ultime quando fosse di bisogno, come fece Archimede avanti Newton. Certamente il Calcolo Integrale darebbe [...] alla costruzione di simi[li]

Teoria: ma potrebbe ancora succedere che ne ricev...
qualche avanzamento. Gli Antichi Geometri ci lasciaro...
...a delle Sezioni Coniche, della q... ne abbiamo
approf... assai; e li stessi con le altre curve che conos-
cevano arrivano à risolvere Problemi difficili: onde es-
tese q...te teorie ci potrebbemo compromettere di un
notabile ...fizio alle Mattematiche.

Mi faccia il piacere di dirmi se continua... Diario
de' Letterati di Pisa; perche fino ad ora ... io rice-
vuto che il primo tomo corrispondente à quest'anno.

Resto con dichiararmi

Di V. Ill.ma

Segovia ... Ottre ... 81.

Aff.mo Serv.e ed Amico
Pietro Giannini

Illmo: Sig: Sig: Pad: Colmo:

nodas, lai ... a
res non ritrouare
ne' appied: le lett.
enire, augurm: ... ri
gato. Replico ... Zi
qualche sua ... hi

... di

... fisico matema ... lletti
... ti,
... arione ... ani
... iato
... a
... ri
... gan,

... mo.
Servitore ... le
Pasquali ... oer

... ilanesi,
... rima
... sono
... persona
... itova ... mpagnati

Ricevi

4

All Ill.mo Sig. ... g.i P.rone Col.mo
Il Sig. ... nte Giordano Riccati

Treviso

2

Illmo Sig. Sig. Pad. Colmo

Ella perdoni se vengo con questa mia ad incomodarla, ma una istantanea premura me ne obbliga, e molto più per non ritrovare alcun libraro qui che possieda le due sue produzioni qui appiè notate, e perciò prego istantemente V. S. Illma di farmele pervenire aggiungendo a quelle il suo importo, che prontamente sarà pagato. Replico le mie scuse, e sempre pronto all'onore di obbedirla in qualche sua occorrenza con tutto l'ossequio mi protesto

Venezia 4 8bre 1781 (Di V. S. Illma)

Esame del Sistema Musica del Sig. Tartini Riflessione Fisico Matematico del Sig. Co. Riccati.

Elementi di Architettura del Sig. Francesco Mo. Preti con la Prefazione del Sig. Gio. Riccati.

Umo. Devmo. Obbmo Servitore
Giambatista Pasquali

Castelfranco 01: Xbre 1781.

Illmo Sig. Leopoldo Caldani.
Padova.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Castelfranco 01. Xbre 1761.

Illmo Sig. Leopoldo Caldani.
Padova.

Divotmo Obblmo Servitore
Giordano Riccati

Lan[illegible]

[illegible]

mi[illegible]
nou[illegible]
par[illegible]
dag[illegible]
sav[illegible]
m'[illegible]
a [illegible]
av[illegible]
m[illegible]
vi[illegible]
fe[illegible]

Mme[illegible]

Molto Rando Pre Sigre Sigre Prone Colmo 375.

377

La sua gentilissima lettera di V. R. mi è stata spedita da

Illmo Sigre Sigre Prone Colmo 373

...n avendo qui in Castelfranco, dove presentemente mi trovo, le lettere dei Letterati miei corrispondenti, non posso accertatamente significarle, se mi sia pervenuta la lettera dei 12. Giugno del Sig.r Petronio degnissimo suo fratello. Quando fra pochi giorni sarò di ritorno a Treviso, userò diligenza, e se ritroverò l'accennata lettera, replicherò la risposta, e posto che non vi fosse fra le mie carte, ne darò avviso al Signor Petronio. Con questo incontro rinnovo a V. S. Illma gli attestati della mia servitù, e con pienissima stima ho l'onore di protestarmi

Di V. S. Illma

Castelfranco 6. xbre 1741.

Illmo Sig. Leopoldo Caldani.
Padova.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

nussi
di
Preti
le
ondi
Eccellente
atte;
Giovani
ngiato
, la
ogni
ingan
sagno.
Ele=
esper=
ilanesi,
stima
sono
e persona
mpagnate
Nicolai

Molto R.ndo P.re Sig.re Sig.re P.rone Col.mo 375

377

La gradita ... di V. R. mi è stata ... da

...

...le,

...messi
...di
...Preti
...le
...ogli
...ccellente
...ntes,
...Giovani
...all'egiato
... la
...gni
...ingani,

...segno.
... Ele=
...esper=
...ilanesi,
...nima
...iono
...persona
...ompagnati

La gentilissima lettera di V. R. mi è stata spedita da Treviso a Castelfranco, dove io mi ritrovo da più di un mese; e mi obbliga infinitamente il suo compatimento per la reduzione mia, e del fratello, dicendo che non trovo espressione sufficiente per ringraziarla. [illegible] scritto tempo fa al Sig. [Gobbo?] Stampatore Veneziano, che facesse [illegible] in qualche balla di stampe diretta a Milano gli Elementi di Architettura, e molto si è stagnato, perchè non ha trovato alcuno, che le voglia con[illegible] piacere. Mi sono rivolto adunque al Sig. Ab. [illegible], il quale mi assicurò, che avrebbe [illegible] occasione di inviargliele insieme con altra sua lettera; ed io mi lusingo, che a quest'ora [illegible] sarà presso per [illegible]. Quando fra pochi giorni ritornerò a Treviso pregherò Monsig. Canonico [Adami?], che ha fatto imprimere [illegible], i suoi Elementi, che scriva allo Stampatore [Gatti?], acciocchè ne mandi uno a qualche suo corrispondente alquante copie, alle quali si [illegible] aggiugnere alcune delli Arti-Filosofo Milanese. [illegible], che V. R. [illegible] per la verità mi ha dato coraggio

:vengano ad alcuno di questi Librai Milanesi, e a quello pagherò anche il prezzo della prima copia. I Lirici di V. S. Ill.ma mi sono sempre grati e perchè vengono da persona dotiss.ma e giudiziosiss.ma e perchè sono accompagnati

mesi
di
Preti
le
ordi
ccellent
rte;
iovani
legato
la
gni
ingan
segno.
Ele=
e per=

[illegible] Giovanni Nicolai

di manifestarle qualche, ma rispettosa difficoltà intorno alla dottissima sua Opera. In riguardo alle due Quinte di seguito Ella osserva esser regola generale nel Contrappunto, che passando da un accompagnamento all'altro, ciascuna parte non fondamentale faccia transito da consonanza a consonanza di specie diversa, cioè a dire da equisonanza a consonanza perfetta, o imperfetta; da consonanza perfetta a equisonanza, o a consonanza imperfetta; da consonanza imperfetta a equisonanza, o a consonanza perfetta. Essendo troppo chiaramente conosciuta la trasgressione di questa legge, quando si fanno due Ottave, o due Quinte di seguito, da questo fonte secondo il mio parere, ne dipende principalmente la proibizione. È parimente necessario il far spiccare la base del Tuono, il che agevolmente si ottiene aggiungendo la Settima o qualch'altra dissonanza agli accompagnamenti della quarta, e della quinta corda.
Mi conservi V. R. la preziosissima grazia sua, e supplicandola de' suoi comandi, con pieno ossequio mi sottoscrivo Di V. R. Castelfranco 6 8bre 1761

Molto Rev.do Sig.r D. Giovanni Sacchi. Milano.

Umil.mo Divot.mo Obblig.mo Servitore
Giordano Riccati.

7 377

trasmessi
zenti di
nio Preti
. Io le
trascorsi
vo Eccellente
ist'arte;
dei Giovani
no dell'agiato
icare la
in ogni
gli inganni
cose.
suo pegno.
dagli Ele=
itare per=

:vengano ad alcuno di questi Librai Milanesi,
e a quello pagherò anche il prezzo della prima
copia. Gl'Avvisi di V. S. Ill.ma mi sono
sempre grati e perchè vengono da persona
dotiss.ma e giudiziosiss.ma e perchè sono accompagnati

3 >

[illegible]

Mr [illegible]

Mol [illegible]

Sig. Arcip.te Rivani.me 379 3

Ill.mo Sig.r Sig.r Prone Col.mo 377

Nella passata Settimana mi sono stati trasmessi dal Sig.r D.r Carlo Trivulzi gli Elementi di Architettura del Sig.r Francesco Maria Preti insieme con una sua Gentilissima. Io le ne rendo grazie. Ho preso subito a trascorrerli avidamente, e trovo, che sono un opera Eccellente, e in vero utile per li studiosi di quest'arte; sebbene senta con tanta brevità che i Giovani di passo in passo avranno bisogno dell'ajuto del Maestro, che insegni ad applicare la regola, e discendere a particolari: Ma in ogni modo l'opera è utiliss.a a dissipare gl'inganni, e contiene in poche pagine gran cose.

Oggi ricevo un'altra graziosissima di suo pugno. Starò aspettando che l'altre copie degli Elementi etc. e dell'Anti-Filosofo Militare per: vengano ad alcuno di questi Librai Milanesi, e a quello pagherò anche il prezzo della prima copia. I Pitiui di V. S. Ill.ma mi sono sempre grati e perchè vengono da persona dotiss.a e giudizio.sa e perchè sono accompagnati

. iamoatura . aivani Rudhi

37

376

da somma amorevolezza, ma non so se i miei
pensieri si inviluppino, ovvera ma[illegible] la cosa sia
così, parmi, che in questa materia assai difficilmente le
ragioni oltrepassino il termine d'una pura probabilità.
Nel passato autunno ho ricavato da Roma un'opera mu:
:sicale la qual parmi, che confonda ogni cosa. Ma per
parlare di queste cose converrebbe che fossimo più vicini
trovandomi assai occupato dalla scuola, che mi toglie la
miglior parte del giorno. Mi conservi nella sua pre:
:giatissima grazia, mi onori de suoi desiderati comandi
e mi tenga quale ho il piacere di raffermarmi
di V. S. Ill.ma

Milano Collegio Imp.le de Nobili
li 10 10bre 1761.

Um.o Obbl.o Serv.e
Giov: Sacchi B.

Sig. Arcip.te Rivarri.mo 379 3

Giambatista Salviati

All'Ill.mo Sig.r Sig.r P.rone Col.mo

Al Sig.r D.r Giordano Riccati

Venezia per Trevizo

BB

Sig. Arcip.te Riverit.mo

Prendo l'opportunità, che se ne viene costì il Sig.r Dionisio Moletta; di farle i miei complimenti e di aggiungervi alcune riflessioni intorno alla sua ultima lettera. Non vi ha dubbio, che ad una incognita competono tanti valori, quanti ne richiede il grado dell'equazione, e questi possono essere positivi, negativi, reali, e immaginarj, e ~~questi~~ o tutti, o in parte servono alla soluzione di un dato problema. Può darsi, che ad un problema convenga un valore positivo, ad un altro un valore negativo, della qual cosa tutto dì se ne incontrano gli esempj. Sin qui tutto va ottimamente, ma non bisogna progredire alla conseguenza, che si dia eguaglianza fra i detti valori. Stando dentro sì fatti limiti il suo Metodo non può dirsi nuovo; perchè nulla più insegna ~~di più~~ di quello, che si sapeva. Di questa avvertenza faccia quell'uso, che le sembra opportuno, e mi creda interessatissimo per la sua gloria, desiderando di farmi conoscere a tutte prove quale mi sottoscrivo Di Lei Sig. Arcip. Riv.mo

Castelfranco 13 8bre 1781.

Divot.mo Obbl.mo Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Arcip.te Giambat.a Nicolai
Padova.

Suo Umilis.mo et Obblig.mo Ser.e
Giambatista Galvani

Das.
pen
cosi,
ragn
Mes
:sica
par
trov
migl
igia
e m
Dil

Chi
E

Suo Ummiliss.mo et Dev.mo Ser.e
Giambatista Galvani

3 >

da.
pen
cosi,
ragn
Ne
sica
par
trou
migl
gia
e m
J. C

Chi
E

rem
g
r
g
a
i
c

ratt

Ill.mo Sig.r Co:, e Pron Col.mo 341

Premeditando l'infinito dovere alla massima carità di V.S. Ill.ma verso il mio Figlio esercitata, in altra maniera non mi è dal stato mio permesso in concambio, che porger continue prezzi all'Altiss.mo pe'l la di Lei conservaz.ne e gaudisca l'istesso il mio buon animo, e conceda a V.S. Ill.ma pacienza, e pace; mentre io pieno d'obblig.ni osequioso bacciogli la mano

Di V.S. Ill.ma

Fratta di Polesine 14 xbre 1781.

Suo Umiliss.mo et Obblig.mo Ser.e
Giambattista Salvani

3 7

342

Das.
pen
cosi,
ragn
Ple
:sica
par
trov
mig
gia
e m
D. C

Chi
E

pel mio

[illegible]

[illegible]

a' un mio

[illegible]

quando

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

3 >

Da.
pen
così,,
ragu
Ble,
:dica
par
troo
migi
già
e mi
G.

Chi
E

[illegible] obbligati [illegible] o [illegible] lettera per la premura [illegible] ed a pel mio [illegible]
[illegible] maniera [illegible] specialmente [illegible]
a mio [illegible] e [illegible] di lei [illegible] intelletto. [illegible]
[illegible] in debito [illegible] giusta [illegible] riconoscenza [illegible] mio
[illegible]

Ma [illegible] convinto della [illegible] delle [illegible] prove [illegible]
di $\sqrt{-1} = \frac{\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} = -\frac{1}{\ }$ [illegible] convinto [illegible] $-1 = 1$ [illegible]
[illegible] prova $0-1 = \frac{1-1}{0}$ [illegible] $0-1$ [illegible]
[illegible] $1-1=1$ [illegible] per molte vie mi convince
[illegible] verità [illegible] novità è grande [illegible] grandi incertezze [illegible] cosa:
ma è lungo il lavoro. Spero di avere [illegible] in mano di poter [illegible]
[illegible] V. S. Illma [illegible] un [illegible]. [illegible]
non si [illegible] immaginarie, perchè non ci sono [illegible]:
ma conviene introdurre tali espressioni [illegible] a da me questa [illegible]
[illegible]: moltissimi maggiore [illegible] certamente [illegible]
mi conosco ostinato, e so quanto peggio la [illegible]: sicchè [illegible]
[illegible] così pensare [illegible] il [illegible]
[illegible] questo. prima persuasione per avere compagni della mia scoperta [illegible]
[illegible] solo. [illegible] questa confidenza [illegible]
in parte [illegible] mio desiderio [illegible] la [illegible]
[illegible]

[illegible] Sig. [illegible]
Gianfrancesco Nicolai

[illegible] 1761 [illegible]

Illmo Sig.re Sig.re Pron Colmo   365   369

Treviso 21. Xbre 1761.

Con una mia rispettosa lettera dei 12. q.te inviai a V.S. Illma una breve Dissertazione, nella quale mi sembra di aver posto in chiarissimo lume il tanto dibattuto argomento del Caso irreducibile nelle equazioni del terzo grado. Io la pregava di leggerla, e di esaminarla, e quando avesse [illegible] la sua approvazione, e la credesse di qualche [illegible]ità per l'Analisi, ne facesse l'offerta a cotesto Giornale. Aggiunsi la nota degli errori corsi nei due Esami dei Sistemi Musici di M. Rameau, e del Sig. Tartini. Non avendo finora ricevuto risposta, dubito che la mia lettera si sia smarrita; il che se fosse accaduto, la supplico a darmene avviso, onde io le trasmetta nuovamente e la Dissertazione, e la Nota

Avendo non so come perduto il Tomo XX. del Giornale, mi farà somma grazia di spedirne una copia a Venezia al Sig.re Storti insieme con un esemplare del primo Tomo della Biblioteca Modanese, posto che sia uscito.

Mi continui la sua preziosa grazia, e mi creda a tutta prova

Illmo Sig. Ab. Giuseppe Contarelli
Modena

Umil.mo Obblig.mo Servitore
Giordano Riccati

La lettera giunta dalla Dogana, [illegible] La [illegible] [illegible] della [illegible] [illegible] espressioni [illegible] bellissimo [illegible] Ho [illegible] la [illegible] [illegible] mezzo di [illegible] [illegible] [illegible]

Modena si leggono i miei Esami dei Sistemi musici di M. Rameau, e del Signor Giuseppe Tartini. Mia intenzione è stata di mostrare gli errori dell'uno, e dell'altro per istruzione specialmente della Gioventù. Le confermo la mia costante servitù, e mi dichiaro

Di V.S. Illma

Illmo Sig.r Leopoldo M.a Caldani
Roma.

Divot.mo [illegible] Servitore
Giordano Riccati

[illegible]

La lettera
'eguale dalla
Bogana, Po=
iure. La m=
no, del povero
ro della
[illegible] pero=
'ragione ne=
ipressione
e bellissimo

ai essi. Ho comu=
a le Data la com
i intorno à
un.
Avendo io
tanto Ulevave

[illegible] musici
Modena si leggono i miei [illegible] sistema musici
di M. Rameau, e del Signor Giuseppe Tartini.
Mia intenzione è stata di mostrare gli errori
dell'uno, e dell'altro per istruzione specialmente
della Gioventù. La confermo la mia costante servitù,
e mi dichiaro
Di V.S. Illma
Divot.mo [illegible] Servitore
Giordano Riccati

Illmo Sig.r Lavonio M.a Caldani
Roma.

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron. Col.mo 369

Ill.mo Sig.re Sig.re Prone Col.mo 367

Treviso 23. Xbre 1761

Il mezzo del Sig.r Leopoldo degnissimo suo fratello V.S. Ill.ma mi ricerca, s'io abbia ricevuto la sua lettera dei 12. Giugno. Usata diligenza trovo bensì la lettera dei 30. Maggio, ed un'altra dei 16. Luglio, ma quella dei 12. Giugno non si rinviene fra le mie carte. Sarà dunque necessario, che me ne comunichi il contenuto, acciocchè io possa darle risposta.

Il Sig. Francesco Malfatti ha pubblicato il suo Trattato Sintetico della Curva Cassiniana, e di una nuova proprietà meccanica, della quale è dotata, il quale è maneggiato con somma eleganza. La proprietà consiste in ciò, che nella Cassiniana di una data ipotesi la discesa di un grave per qualunque arco, il qual arco comincia da un punto determinato, si compie nello stesso tempo, ch'esso spenderebbe a discendere per la corda. Nei Tomi XXI. e XXII. del Giornale di Modena si leggono i miei Esami dei Sistemi Musici di M. Rameau, e del Signor Giuseppe Tartini. Mia intenzione è stata di mostrare gli errori dell'uno, e dell'altro per istruzione specialmente della Gioventù. Le confermo la mia costante servitù, e mi dichiaro

Di V.S. Ill.ma

Divot.mo ... Servitore
Giordano Riccati

Ill.mo Sig. Leopoldo M.a Caldani
Roma.

Le lettere ... segnate dal ... Dogana, ...
... ultimi ... ragioni ... spressioni ... Ill.mo
... Lettera ... mezzo è ...
... Venturi

3 ch 6 [illegible]

[illegible]

[illegible]

Ill.mo sig.r sig.r Pron Col.mo

...ora le lettera
...consegnata dal...
dalla Dogana, Po...
...Imperiale. La in...
...ximbeno, ed poi...
...milnea della
...non battia pove...
...di le ragione ac...
...ndè impressione
...le sue bellissime

...iu mesi. Ho com...
...mi le lettera la com...
...ragion mezzo à
...Trevisano.
...mali. Rivendo io
...sig.r Abate Venturi

...idem

[illegible]

Ill.mo Sig.r Sig.r Pron Col.mo

Non per mia negligenza, ma per quella di questi Ufficiali della Posta la lettera di V. S. Ill.ma in data dei 12 del passato Novembre mi è stata consegnata sabato scorso. Ho fatto subito rimproverare [illegible] spedirono della Dogana, dove si è spedita la detta lettera senza che io l'abbia potuto rimproverare. La supplico però a perdonarmi la tardanza della risposta. Non so nemmeno, se potrò rispondere a tutto, poiché debbo fidarmi della memoria. L'argomento della Dottissima Dissertazione è importantissimo, e quantunque io non abbia potuto meditarla, come si conviene, il risultato mi sembra sicuro per le ragioni accennate nel fine, la quale poiché mi ha fatto sempre grande impressione eccita grandemente la mia curiosità, e il desiderio d'imparare le sue bellissime riflessioni.

Il primo Tomo della Biblioteca Modenese è già uscito sono più mesi. Ho comunicato il desiderio di V. S. Ill.ma al Sig. Abate Tiraboschi il quale mi ha data la commissione di farle i suoi complimenti e di significarle, che il miglior mezzo è quello di dirigersi allo stampatore [illegible], come ella ha già divisato.

Quanto prima uscirà alla luce anche il Tomo 23 di questo Giornale. Dovendo io spedirle qualche esemplare unirò a questo l'opuscolo del Sig. Abate Venturi onde ella possa per se stessa giudicarne del pregio.

Devotiss.mo Obblig.mo Osseq.mo Servidore
Valentino Moletta

La nuova proprietà meccanica della Cassinoide scoperta dal Sig. Malfatti mi ha fatto nascere un dubbio, che io propongo a V. S. Ill.ma per esserne illuminato. Il Galileo come ella sa, ha dimostrato, che la discesa d'un grave per un arco di circolo si fa più presto che per la corda corrispondente. Non so, se questa dimostrazione debba ammettersi come certa, e invincibile totalmente sì perchè egli par che s'appoggi ad una certa verisimiglianza sì perchè non trovo, che i Geometri de' nostri tempi l'abbiano esaminata, per quanto io sappia, se non eccettuiamo gli archi minimi, per li quali è certo certissimo, che la discesa è più pronta, che per la corda. La supplico a dirmi il suo sincerissimo sentimento, e desiderando l'onore de' suoi comandi con vero rispetto il più sincero, e profondo mi confermo

Di V. S. Ill.ma

Modena 27 Dicembre 1781

P. S. È stato stampato in Londra un libretto intitolato De vera et necessaria motus accelerati theoria del Sig. Ab. Antonio Ludeña Spagnuolo. Non so, se V. S. Ill.ma l'abbia letto, o esaminato.

Umil.mo e Dev.mo Servitore
Giuseppe Cossarelli

Umil.mo Devot.mo Obblig.mo Servidore
Valentino Moletta

Al Nobile Sig.r Sig.r e Pron Col.mo
Il Sig.r Conte Giordano Riccati

Castel Franco per Treviso

Nob. Sig.r

Le trasmetto in fagotto le n.° 8 Copie Elementi d'Architettura
del Sig.r Conti. Ho speso in esse £ 18.—
Le desidero l'onore de maggiori suoi comandi alli quali
pronto me le offerisco
Le conservi la grazia sua pregiatiss.ma e mi creda
pieno di vero ossequio, e perfetta stima

Di Lei Nob. Sig.r

Franco 30 Ottobre 1781

Umilissimo Devotissimo Obbligatissimo Servitore
Valentino Moletta

39

392